

## Simulasi Perilaku Chaotic-Dynamics pada Minyak Sawit yang Dipanasi Sebagai Dasar Peningkatan Laju pindah Panas Media Penggoreng

Eko Siswanto dan S. Arief Setyabudi

Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Brawijaya

E-mail : eko\_sis@brawijaya.ac.id

### Abstrak

Telah diketahui bahwa saat partikel fluida berperilaku chaotic, fluida tersebut mampu meningkatkan laju pindah massa dan pindah panas nya secara signifikan. Berdasar alasan tersebut, penelitian ini akan mengawali upaya dalam peningkatan proses pindah panas sistem penggoreng melalui peningkatan laju pindah panas media penggoreng dengan cara pembangkitan perilaku chaotic dynamics pada minyak sawit.

Penelitian ini bertujuan untuk menemukan perilaku chaotic dynamics pada minyak sawit yang dipanasi dalam kontainer dengan menggunakan model konveksi Rayleigh-Benard.

Metode yang dipakai pada penelitian ini adalah mensimulasikan perilaku attractor dan Lyapunov Exponent Equivalent (LEE) dari model konveksi Rayleigh- Benard sebagai wakil dari sistem penggoreng (i.e, minyak sawit dan kontainer) akibat perubahan Rayleigh number sistem dan aspect ratio geometri kontainer, dengan menggunakan software matlab. Sistem dikatakan berperilaku chaotic jika attractor yang dihasilkan memiliki bentuk yang asing (strange attractor) dan jika LEE sistem memiliki harga positif dan tak periodik.

Terdapat tiga hasil penting dari penelitian ini ; pertama, aspect ratio kontainer untuk mendapatkan Rayleigh number kritis (penyebab awal bangkitnya chaotic) pada minyak sawit yang dipanasi adalah 2,51. Rayleigh number kritis itu sendiri berharga 16.000. Kedua, Rayleigh number penyebab bangkitnya chaotic pada aspect ratio 2,51 tersebut ternyata membentuk rentang, yaitu antara 16.000 sampai 130.000. Ketiga, selain ditemukan perilaku chaotic dynamics, pada sistem juga ditemukan perilaku un-chaotic, yaitu pada Rayleigh number dibawah 16.000 dan perilaku limit cycle, yaitu pada Rayleigh number diatas 130.000.

Kata kunci : simulasi, chaotic-dynamics, minyak sawit, dan pindah panas

## 1. Pendahuluan

### 1.1. Latar Belakang

Minyak goreng berbasis minyak sawit banyak dipakai sebagai media pemindah panas pada sistem penggoreng. Selama ini upaya untuk meningkatkan proses pindah panas sistem penggoreng, agar didapatkan sistem penggoreng hemat energi, sudah sampai pada disain pemanas dan bahan wadah penggoreng. Akan tetapi upaya tersebut belum sampai pada peningkatan proses pindah panas melalui pengubahan perilaku partikel-partikel media pemindah panasnya. Berdasar kondisi diatas maka penelitian ini akan mengawali upaya dalam peningkatan proses pindah panas sistem penggoreng melalui peningkatan laju pindah panas media penggoreng dengan cara pembangkitan perilaku *chaotic dynamics* pada partikel minyak sawit. Alasan mengapa dipilih pembangkitan perilaku *chaotic dynamics* ini adalah karena telah diketahui bahwa saat partikel fluida berperilaku *chaotic*, fluida tersebut mampu meningkatkan laju pindah massa dan pindah panasnya secara signifikan (Sen, *et al.* 1991) dan (Ueda, 2004). Peneliti lainnya, Mudunuri, *et al* (2004) juga menyatakan bahwa peningkatan pindah panas pada fluida akibat *chaotic* bisa mencapai dua sampai tiga kali lipat atau bahkan sampai empat kali lipat (Wardana, dkk. 2004). Jadi upaya untuk mengetahui apakah terjadi dan kapan terjadinya *chaotic* pada minyak sawit yang dipanasi guna dipakai dasar disain sistem penggoreng hemat energi sangat diperlukan.

#### 1.1.1. Simulasi Chaotic Dynamics

Dari eksperimen-eksperimen diatas diketahui bahwa perilaku *chaotic dynamics* sangat *powerful* terhadap peningkatan laju pindah panas fluida. Akan tetapi pada penelitian mereka fluida yang dipakai

adalah air (Wardana, dkk 2004 dan Mudunuri, *et al* 2004) dan gliserin (Ueda, 2004), sedangkan fluida yang akan diteliti kali ini adalah minyak sawit. Jadi masih belum diketahui apakah pada minyak sawit yang dipanasi juga terjadi *chaotic*. Kondisi ini akan sangat butuh waktu dan biaya yang besar jika penelitian untuk menemukan perilaku *chaotic* ini langsung dilakukan dengan eksperimen. Berdasar alasan ini maka pada penelitian awal untuk disain sistem penggoreng ini dilakukan secara simulasi numerik. Simulasi ini menggunakan model matematika minyak sawit dalam kontainer yang dipanasi dari bawah.

Karakteristik fluida dalam kontainer yang dipanasi dari bawah ini sangat sesuai dengan model matematika konveksi Rayleigh-Benard (Busse, *et al.* 2002). Model konveksi Rayleigh-Benard ini dibangun berdasar persamaan kekekalan momentum (Navier-Stokes) dan kekekalan energi pada fluida yang dipanasi dari bawah. Model ini telah diselesaikan oleh Lorenz dan dipakai untuk mensimulasikan dinamika cuaca pada tahun 1963 (Lorenz, 1963). Dari penelitian Lorenz ini diketahui bahwa dinamika cuaca adalah *chaotic*, dan saat itu *chaos* pertama ditemukan. Kemudian pada tahun 2000 konveksi Rayleigh-Benard dari Lorenz ini diperbaiki oleh Neckels. Konveksi Rayleigh-Benard dari Neckels ini lebih presisi, oleh karena itu model matematika yang dipakai untuk penelitian simulasi *chaotic dynamics* ini adalah model konveksi Rayleigh-Benard dari Neckels.

### 1.1.2. Indikator *Chaotic Dynamics*

Indikator yang dipakai untuk mendeteksi terjadinya *chaotic* pada penelitian ini adalah indikator yang dapat mewakili karakteristik *chaotic dynamic*, yaitu bentuk *attractor* yang asing (*strange attractor*) yang mewakili ke-takperiodik-an sistem dan harga *Lyapunov Exponent Equivalent (LEE)* yang positif yang mewakili sensitivitas sistem.

Nilai *Lyapunov Exponent* merupakan nilai eksak dari sensitivitas sistem. Akan tetapi penghitungan *Lyapunov Exponent* tersebut, meskipun telah diupayakan secara intensif oleh beberapa peneliti, untuk saat ini masih sulit dilakukan baik pada hitungan diskrit (Udwadia, *et al.* 2000) maupun hitungan kontinu (Udwadia, *et al.* 2001) terutama pada iterasi proses yang besar. Ini dikarenakan terdapat kesalahan pembulatan angka tiap iterasi pada proses ortogonalisasi program yang menyebabkan kesalahan hitungan semakin membesar dengan meningkatnya iterasi. Disamping itu, Mc Donald, *et al.* (2001) juga menyatakan bahwa kesalahan pada algoritma dekomposisi QR sebelum ortogonalisasi juga menyumbang kesalahan hitungan eksak nilai *Lyapunov Exponent*. Oleh karena kendala-kendala ini maka kemudian dikembangkan metode penghitungan *Lyapunov Exponent* praktis yang dipelopori oleh Sprott (1998). Metode praktis yang dipakai untuk menghitung sensitivitas sistem pada penelitian ini adalah *Lyapunov Exponent Equivalent (LEE)* dari Siswanto, dkk (2005). Seperti metode Sprott, metode ini berdasarkan penghitungan perkembangan jarak dua buah *attractor*, akan tetapi metode ini menghitung jarak secara langsung dan tidak melibatkan pembagi dari total jumlah iterasi. Dengan demikian, sensitivitas sistem diperoleh dengan melogaritmakan hasil bagi dari jarak kedua *attractor* sekarang dengan jarak sebelumnya pada tiap iterasi. Jika pada selang  $N$  iterasi *LEE* berharga positif, maka dua *attractor* sistem akan saling menjauh atau sistem sedang sensitif yang berarti sistem sedang *chaotic*. Jika *LEE* berharga non positif, berarti sistem tidak *chaotic*. Disamping itu, selain dapat menghitung sensitivitas, *LEE* juga dapat mengindikasikan ke-takperiodik-an sistem. Oleh karena itu, *LEE* juga dapat dipakai sebagai alat konfirmasi apakah *attractor* sistem benar-benar takperiodik.

## 1.2. Tujuan

Dengan mempertimbangkan parameter-parameter penting model Neckels, maka tujuan penelitian ini adalah menemukan terjadinya perilaku *chaotic dynamics* pada minyak sawit yang dipanasi dari bawah pada variasi *Rayleigh number* ( $R$ ) dan *aspect ratio* ( $A$ ) sistem dengan memakai model konveksi Rayleigh-Benard menurut Neckels secara simulasi.

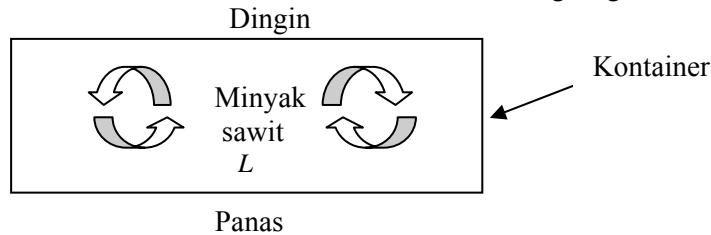
## 1.3. Manfaat

Hasil penelitian ini akan dapat dimanfaatkan untuk penelitian eksperimen selanjutnya yang lebih implementatif, terutama guna menentukan harga awal *Rayleigh number* ( $R$ ) dan *aspect ratio* ( $A$ ) yang

akan dipilih. Dengan acuan simulasi ini pencarian secara coba-coba harga  $R$  dan  $A$  secara empiris (yang tentu mahal) dapat diminimalkan. Sedangkan pada industri, penelitian ini dapat dipakai sebagai dasar pengembangan disain sistem penggoreng yang hemat energi.

## 2. Metodologi

Model kontainer pemanas dua dimensi di mana konveksi akan berlangsung adalah :



Gambar 1 : Model minyak sawit dalam kontainer pemanas

Model matematika konveksi Rayleigh Benard yang dipakai untuk penelitian ini model konveksi Rayleigh Benard dari Neckels (2000), yaitu:

$$x' = \sigma (y - x)$$

$$y' = \frac{R}{\pi^4 L^2 \left[ 1 + \frac{1}{L^2} \right]^3} x - y - xz$$

$$z' = xy - \left[ \frac{4}{1 + \frac{1}{L^2}} \right] z$$

dengan,

- $x$  = Perubahan kecepatan konvektif partikel minyak yang ditinjau
- $y$  = Perubahan laju temperatur arah horisontal partikel minyak yang ditinjau
- $z$  = Perubahan laju temperatur arah vertikal partikel minyak yang ditinjau
- $\sigma$  = Prandtl number minyak sawit
- $R$  = Rayleigh number sistem
- $L$  = Lebar kontainer

Sedangkan *aspect ratio* (lebar per tinggi kontainer) sistem yang proporsional menurut Neckels (2000) adalah sama dengan  $[4 / \{1 + (1/L^2)\}]$ .

Selanjutnya, asumsi-asumsi yang dipakai dalam penelitian ini adalah:

1. Minyak sawit yang dipakai diasumsikan memenuhi kondisi *Boussinesq* yaitu : a) Kerapatan minyak dianggap hanya sebagai fungsi temperatur, b) Difusivitas termal minyak dianggap konstan
2. Kontainer yang dipakai dianggap memiliki dua dimensi yaitu lebar dan tinggi.

Langkah-langkah yang dilakukan pada penelitian ini adalah :

1. Membuat program ; pembentuk *attractor* dan penghitung *LEE*  
 Pembuatan program ini memakai Matlab 6.51 *release 12*
2. Memvalidasi dan mengevaluasi program.  
 Validasi dan evaluasi ini berdasarkan verifikasi hasil (bentuk *attractor* dan harga *LEE*) dari program simulator dengan hasil program dari peneliti lain untuk menyelesaikan kasus yang sama. Validasi dan evaluasi ini dilakukan dengan memverifikasi hasil program simulator dengan hasil program model Lorenz dari Elert (1995).

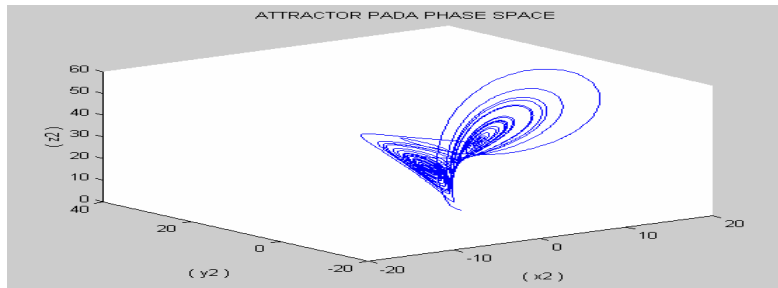
Adapun, variabel yang dipakai pada penelitian ini adalah :

- Variabel bebas : *Rayleigh number* ( $R$ ) dan lebar kontainer ( $L$ ).  
Pemilihan lebar kontainer sebagai variabel bebas ini dikarenakan *aspect ratio* ( $A$ ) yang dicari merupakan fungsi lebar kontainer.
- Variabel terikat : Indikator yang dapat mewakili karakter *chaotic dynamics*, yaitu : bentuk *attractor* dan harga *LEE* sistem.
- Variabel tetap : *Prandtl number* ( $\sigma$ ) minyak sawit pada temperatur penggorengan ( $150^\circ\text{C}$ ), yaitu sebesar 14

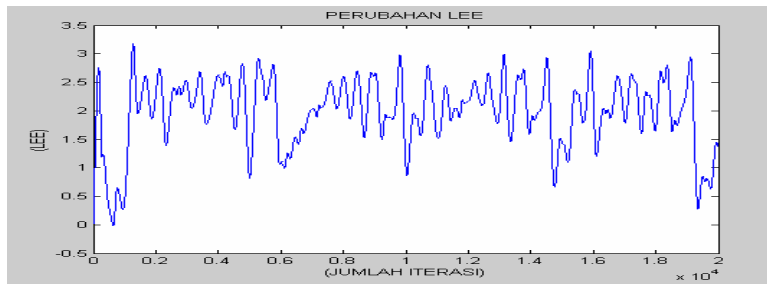
### 3. Hasil Penelitian

Terdapat tiga hasil penting pada penelitian simulasi menemukan perilaku *chaotic dynamics* ini. Pertama, dari sekitar 20 titik uji (variasi lebar kontainer), didapatkan lebar kontainer ( $L$ ) pada *Rayleigh-number* ( $R$ ) kritis penyebab *chaotic* pada minyak sawit yang dipanasi, yaitu  $L = 1,3$  satuan panjang. Berdasar harga  $L$  ini, dapat diartikan bahwa *aspect ratio* ( $A$ ) kontainer penyebab ( $R$ ) kritis adalah 2,51. Kemudian yang kedua, dari sekitar 30 titik uji (variasi *Rayleigh number*) pada lebar kontainer 1,3 satuan panjang, didapatkan rentang *Rayleigh number* penyebab *chaotic*, yaitu antara 16.000 sampai 130.000. Ketiga, dibawah *Rayleigh number* 16.000, karakter sistem belum menunjukkan terjadinya *chaotic*, sedangkan diatas 130.000, sistem menunjukkan aktivitas berupa *limit cycle*. Beberapa gambar hasil penelitian ditampilkan dibawah ini.

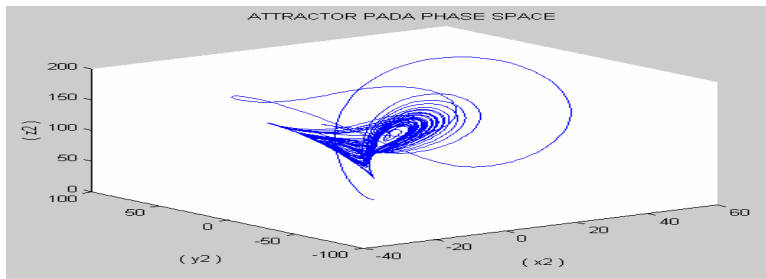
Contoh beberapa bentuk *attractor* dan harga *LEE* pada *Rayleigh number* penyebab *chaotic* adalah sebagai berikut.



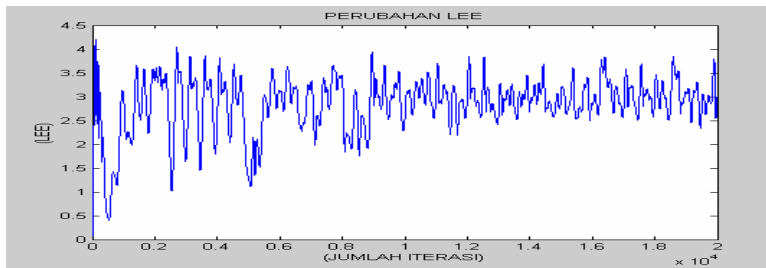
Gambar 2.a : *Attractor* untuk  $R=40.000$



Gambar 2.b : *LEE* untuk  $R= 40.000$

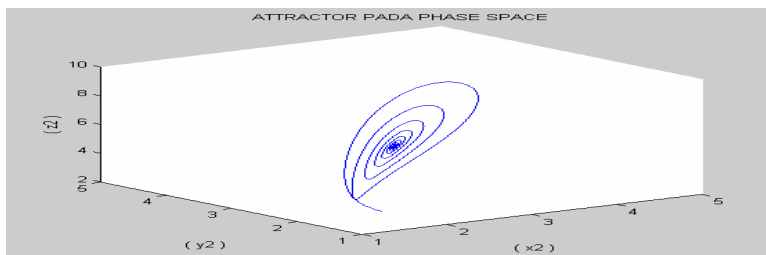


Gambar 3.a : *Attractor* untuk  $R=130.000$

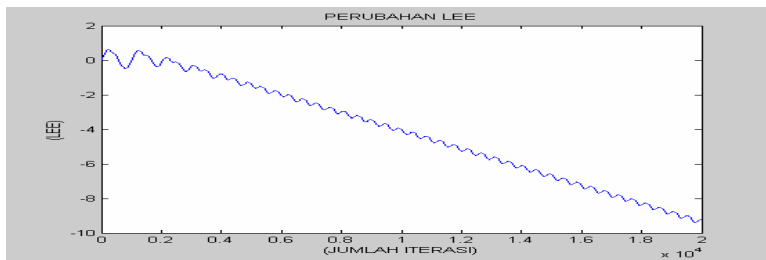


Gambar 3.b : *LEE* untuk  $R= 130.000$

Berikutnya, salah satu bentuk *attractor* dan *LEE* sistem *un-chaotic* adalah.

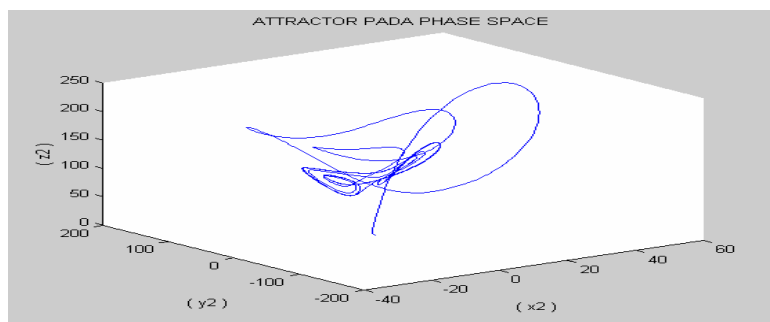


Gambar 4.a : *Attractor* untuk  $R=8.000$

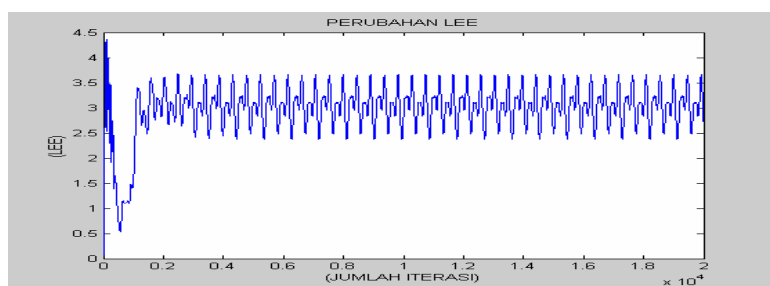


Gambar 4.b : *LEE* untuk  $R=8.000$

Sedangkan bentuk *attractor* dan *LEE* sistem *limit cycle* adalah sebagai berikut.



Gambar 5.a : *Attractor* untuk  $R=150.000$



Gambar 5.b : *LEE* untuk  $R=150.000$

#### 4. Pembahasan

Dari rentang *Rayleigh number*, berdasarkan kesejajaran bentuk *attractor* dan harga *LEE*, dapat dilihat bahwa yang didapatkan bukan saja kondisi sistem yang *chaotic*, tetapi juga kondisi *unchaotic* dan kondisi *limit cycle*. Berdasar bentuk *attractor* dan *LEE*, ketiga kondisi tersebut masing-masing memiliki ciri yang khas. Kondisi *chaotic* memiliki *attractor* yang aneh (*strange attractor*) yaitu *attractor* yang tidak divergen dan juga tidak konvergen sepanjang waktu, yang ditunjukkan oleh gambar 2.a dan 3.a. Disamping itu kondisi *chaotic* juga memiliki harga *LEE* yang positif dan tak periodik yang berarti sistem dalam kondisi sensitif terhadap kondisi awal dan tidak pernah mengulang lintasannya, yang ditunjukkan oleh gambar 2.b dan 3.b.

Sedangkan untuk kondisi *unchaotic*, memiliki ciri yang khas juga yaitu *attractornya* akan menuju ke sebuah titik tertentu, yang ditunjukkan oleh gambar 4.a. Ini menunjukkan sistem yang tidak *chaos* tidak sensitif, yaitu dia akan menuju ke suatu nilai stabil meskipun mengalami gangguan yang besar. *LEE* untuk kondisi *unchaotic* ini adalah memiliki harga yang negatif dan cenderung menuju arah yang lebih negatif seperti pada gambar 4.b.

Selanjutnya untuk kondisi *limit cycle*, sistem memiliki *attractor* yang membentuk siklus yaitu *attractor* yang menuju suatu bentuk lingkaran tertentu sepanjang waktu, yang ditunjukkan oleh gambar 5.a. Lingkaran tertentu tersebut berbentuk seakan-akan (awalnya) tak periodik tetapi hakekatnya (kemudian) adalah periodik terhadap bentuk lingkaran tertentu tersebut. Ini ditunjukkan oleh periodiknya harga *LEE* pada gambar 5.b.

Secara umum, pada daerah *chaotic*, akibat ditingkatkannya *Rayleigh number*, berakibat semakin membesarnya diameter lingkaran mayor *attractor* yang terbentuk dan juga semakin positifnya harga *LEE*. Ini berarti penyebaran partikel dan panas minyak sawit secara konvektif dalam kontainer semakin meluas. Juga, dengan memperhatikan harga *LEE*, terlihat bahwa semakin tinggi harga *Rayleigh number* semakin meningkatkan frekwensi osilasi partikel minyak sawit yang juga berarti semakin meningkatkan laju pindah panas konvektif sistem. Kedua kondisi terakhir, menunjukkan semakin tinggi harga *Rayleigh*

*number* semakin meningkatkan efektivitas sistem. Akan tetapi, secara deduktif, jika diimplementasikan ke sistem penggoreng semakin efektifnya sistem tersebut belum tentu diikuti pula oleh semakin meningkatnya efisiensi sistem. Ini mengingatkan, untuk tinggi kontainer yang sama, semakin tingginya harga *Rayleigh number* dapat tercapai dengan meningkatkan pemanasan sistem yang tentunya juga meningkatkan konsumsi energi. Jadi jika harga *Rayleigh number* terlalu tinggi, dikhawatirkan justru bisa menurunkan efisiensi sistem. Oleh karena itu, untuk mendapatkan harga *Rayleigh number* yang efektif dan efisien pada implementasi sistem penggoreng, hasil penelitian awal ini masih perlu dikaji secara eksperimen lebih lanjut.

## 5. Kesimpulan

Dari hasil penelitian dan pembahasan yang telah dijabarkan, dapat ditarik beberapa kesimpulan,

1. Pada simulasi minyak sawit yang dipanasi dari bawah didapatkan perilaku *chaotic dynamics* yang tidak hanya satu titik tapi membentuk sebuah rentang. Selain perilaku *chaotic*, diluar rentang tersebut juga ditemukan kondisi *un-chaotic* dan kondisi *limit cycle*.
- 2.a. Terjadinya perilaku *chaotic* diawali pada *Rayleigh number* = 16.000 sampai 130.000 pada *aspect ratio* kontainer 2,51.
- 2.b. # Bentuk *attractor* minyak sawit yang *chaotic* memiliki diameter lingkaran yang makin besar dengan meningkatnya *Rayleigh number* (*R*).  
# Harga *Lyapunov Exponent Equivalent* (*LEE*) semakin positif dengan meningkatnya *Rayleigh number* (*R*).

## 6. Ucapan Terima Kasih

Terimakasih disampaikan kepada DPP-SPP Fakultas Teknik Universitas Brawijaya atas dukungan dana penelitiannya dengan kontrak No. 05/J10.1.31/PG/2006 tanggal 17 April 2006.

## 7. Daftar Pustaka

- Busse FH, Lu L, Petrelis F, 2002. *Phase Turbulent in Convection*, <http://gfd.who.edu/proceedings/2002>
- Elert G, 1995. *Strange and Complex*, The Chaos Hyper Textbook <http://hypertextbook.com/chaos>
- Lorenz E, 1963. J. Atmos. Sciences, 20, 130 <http://www.cmp.caltech.edu>
- Mc Donald EJ, Higham DJ, 2001. *Error Analysis of QR Algorithms for Computing Lyapunov Exponents*, Electronics Transaction Numerical Analysis, volume 12, pp 234 – 251.
- Mudunuri R, Balakotaiah V, 2004. *Dynamics of Thin Free Falling Viscous Films*, XIX Annual OChEGS Symposium, Dept. of Chemical Engineering, University of Houston <http://www.chee.uh.edu/ochege>
- Neckels D, 2000. *In the Footsteps of Lorenz ; A Study of the Derivation of the Lorenz Equations*, Colorado State University. [www.math.colostate.edu](http://www.math.colostate.edu)
- Sen M, Chang HC, 1991. *Heat Transfer Enhancement by Chaotic Mixing*, GRI Annual Report Corporate Source, University of Notre Dame. 103 <http://www.ctiwr.uconn.edu>
- Siswanto E, Marjono, Wardana ING, 2005. *Simulasi Chaos Pada Galium Cair yang Dipanasi dari Bawah*, Jurnal Ilmu-Ilmu Teknik. Volume 17, No.2, Oktober 2005, pp. 158-170
- Sprott JC, 1998. *Numerical Calculation of Largest Lyapunov Exponents*, Department of Physics, University of Wisconsin, USA <http://sprott.physics.wisc.edu/chaos/lyapexp>

- Udwadia FE, Von Bremen HF, Proskurowski W, 2000. *A Note on the Computation of the Largest  $p$  Lyapunov Characteristic Exponents of Discrete Dynamical Systems*. Applied Mathematics and Computation 114, Elsevier, pp. 205-214.
- Udwadia FE, Von Bremen HF, 2001. *An Efficient and Stable Approach for Computation of Lyapunov Characteristic Exponent of Continuous Dynamical System*, Applied Mathematics and Computation 121, Elsevier, pp. 219 - 259
- Ueda T, 2004. *Chaotic Dynamics and Its Applications in Mechanical Engineering*, Proceeding of Energy, Environment and New Trend in Mechanical Engineering, Brawijaya University, pp. 159-174.
- Wardana ING, Wijaya H, Marjono, 2004. *Chaos in Fluid Mechanics for Energy Conservation*, Proceeding of Energy, Environment and New Trend in Mechanical Engineering, Brawijaya University, pp. 175-192