

## Perancangan Sistem Kendali *Steel Ball Magnetic Levitation*

**Indrawanto, Rhisa Zainuddin A, Rachmat Purbaningrat.**  
Prodi Teknik Mesin, Fakultas Teknologi Industri, Institut Teknologi Bandung  
Jl. Ganesa 10 Bandung, 40132  
E-mail : indrawanto@tekprod.ms.itb.ac.id

### Abstrak

*Pada tulisan ini disajikan perancangan dan pembuatan sistem kendali untuk sistem steel ball magnetic levitation. Sistem kendali dirancang berdasarkan model state-space hasil identifikasi sistem dan dilinierisasi pada posisi tertentu. Sistem kendali dirancang berdasarkan metoda penempatan pole. Sistem kendali yang dirancang telah diimplementasikan secara diskrit menggunakan controller mikro dan dilakukan pengujian. Hasil pengujian menunjukkan bahwa sistem kendali yang dirancang mampu menstabilkan sistem Steel Ball Magnetic Levitation dengan baik serta memiliki ketangguhan terhadap gangguan..*

*Kata kunci: identifikasi sistem, state-space, penempatan pole*

### 1. Pendahuluan

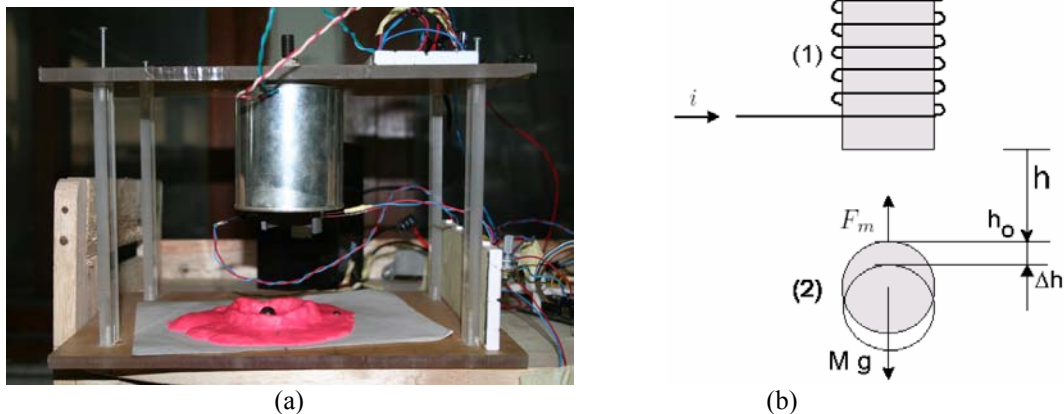
Levitation adalah proses membuat suatu benda melayang di udara tanpa penyangga. *Steel ball magnetic levitation* adalah proses membuat suatu bola baja melayang di udara dengan memanfaatkan gaya magnet. Kasus *steel ball magnetic levitation* adalah topik klasik dalam dunia mekatronika dan sistem kendali yang menarik perhatian banyak peneliti [1,2,3,4]. *Steel ball magnetic levitation* yang memiliki sifat alami tak stabil merupakan media uji untuk ide-ide dalam teori sistem kendali.

*Steel ball magnetic levitation* juga memiliki sifat ketidaklinearan yang dominan. Distribusi fluks terhadap posisi yang tidak seragam dan hubungan besar gaya magnet terhadap posisi yang tidak linear menambah ketidaklinearan dari sistem ini. Sistem ini adalah media uji yang menantang bagi teori kendali nonlinear.

Prinsip *magnetic levitation* merupakan hal yang penting dalam dunia industri. Prinsip *magnetic levitation* dapat digunakan untuk mengembangkan bantalan magnetik yang hampir tidak memiliki gesekan yang mana akan sangat bermanfaat dalam industri pembangkit tenaga listrik (mengurangi kehilangan gesekan di poros turbin), industri pemesinan (mengurangi gesekan pada *spindel* dan *slideways*) dan mesin-mesin putaran tinggi (mengurangi gesekan pada poros). Pada tulisan ini akan disajikan perancangan dan implementasi sistem kendali untuk menstabilkan sistem *steel ball magnetic levitation*.

### 2. Deskripsi Sistem

Foto dan gambar skematik sistem *steel ball magnetic levitation* ditunjukkan pada Gambar 1 berikut ini:



Gambar 1. Foto dan gambar skematik *steel ball magnetic levitation*

(1) = lilitan kawat tembaga dengan baja sebagai inti sebagai elektromagnet

(2) = bola baja,  $i$  = arus yang masuk ke dalam lilitan elektromagnet [A],  $h$  = jarak dari electromagnet ke bola [mm],  $h_0$  = jarak pada saat setimbang [mm],  $\Delta h$  = jarak dari posisi setimbang [mm],  $F_m$  = gaya magnet [N],  $M$  = Massa bola [g],  $g$  = percepatan gravitasi [mm/s<sup>2</sup>].

Persamaan gerak yang berlaku pada Gambar 1 adalah:

$$M\ddot{h} = Mg - F_m \quad (1)$$

### 3. Pemodelan Matematik

#### Gaya Magnet

Dari penelitian yang telah dilakukan sebelumnya [5] model matematik yang menyatukan hubungan antara gaya , arus dan jarak maka adalah:

$$F_m = K_m i^{pwri} h^{pwrh} \quad (2)$$

dengan  $pwri = 1.29930$  dan  $pwrh = -1.02969$ ,  $K_m$  ditentukan untuk  $i_0$  dan  $h_0$  terpilih.

#### Linearisasi Model

Linearisasi perlu dilakukan bila suatu sistem non-linear akan dikendalikan menggunakan kendali linier. Langkah-langkah linearisasi model berdasarkan persamaan (1) dan persamaan (2) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} M\ddot{h} &= Mg - K_m i^{pwri} h^{pwrh} \\ M\delta\ddot{h} &= Mg - K_m i_0^{pwri} h_0^{pwrh} - (pwri)K_m i_0^{(pwri-1)} h_0^{pwrh} \delta i - (pwrh)K_m i_0^{pwri} h_0^{(pwrh-1)} \delta h \end{aligned} \quad (3)$$

Pada kondisi setimbang berlaku  $Mg = K_m i_0^{pwri} h_0^{pwrh}$ , maka persamaan (3) menjadi

$$\begin{aligned} M\delta\ddot{h} &= -(pwri)K_m i_0^{(pwri-1)} h_0^{pwrh} \delta i - (pwrh)K_m i_0^{pwri} h_0^{(pwrh-1)} \delta h \\ \delta\ddot{h} &= \frac{-(pwri)K_m i_0^{(pwri-1)} h_0^{pwrh} \delta i - (pwrh)K_m i_0^{pwri} h_0^{(pwrh-1)} \delta h}{M} \end{aligned} \quad (4)$$

dengan memasukkan  $K_m = Mg \cdot i_0^{-pwri} h_0^{-pwrh}$  pada persamaan (4) didapat

$$\delta\ddot{h} = -(pwri)g \cdot i_0^{-1} \cdot \delta i - (pwrh)g \cdot h_0^{-1} \delta h \quad (5)$$

Model matematik di atas (pers. (3), (4), dan (5) tersebut hanya tergantung pada percepatan gravitasi, titik linearisasi, pangkat arus dan pangkat jarak. Massa dan dimensi bola baja tidak termodelkan secara eksplisit melainkan terkandung dalam pangkat arus dan jarak, sehingga model ini hanya berlaku untuk pasangan elektromagnet dan bola baja tertentu. Hal lain yang tidak termodelkan adalah efek termal, redaman akibat gesekan udara, redaman akibat arus *Eddy*, dan remanensi magnet.

#### Pemodelan State-Space

Model *state-space* disusun berdasarkan model matematik hasil linearisasi persamaan (5). Elektromagnet dan bola baja dimodelkan sebagai sistem satu masukan dan satu keluaran. Masukan ke dalam sistem adalah arus ( $i$ ). Keluaran dari sistem adalah jarak ( $h$ ). Karena model yang dibuat adalah hasil linearisasi, maka model ini hanya sesuai pada daerah sekitar titik linearisasi, sehingga lambang yang dipakai adalah ( $\delta i$ ) dan ( $\delta h$ ).

$$u = \delta i$$

$$y = \delta h$$

*State* yang dipilih adalah jarak dan perubahan jarak terhadap waktu. Model *statespace* dari persamaan (5) adalah:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta h \\ \delta \dot{h} \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta h \\ \delta \dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(pwrh)g/h_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta h \\ \delta \dot{h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -(pwri)g/i_0 \end{bmatrix} \delta i \quad (6)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta h \\ \delta \dot{h} \end{bmatrix}$$

Titik linearisasi yang juga titik kesetimbangan yang dipilih pada:

$$i_0 = 0.26 \text{ A}$$

$$h_0 = 1.56 \text{ mm}$$

nilai konstanta yang lain adalah:

$$g = 9810 \text{ mm/s}^2$$

$$pwri = 1.29930$$

$$pwrh = -1.02969$$

dengan nilai-nilai di atas maka matriks dalam persamaan (6) menjadi

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 6475 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -49024 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Sistem ini mempunyai dua *pole*  $s_1 = -89.47$  dan  $s_2 = +89.47$ . Adanya satu *pole* yang terletak di sebelah kanan sumbu imajiner menunjukkan bahwa sistem tidak stabil.

### 3. Perancangan Hukum Kendali

Hukum kendali yang dipilih untuk sistem ini adalah *state-feedback* dengan *reference-gain*. Pada perancangan hukum kendali ini dipilih parameter unjuk kerja sebagai berikut:

$$\text{Settling time } t_s = 0.2 \text{ s}$$

$$\text{Rasio redaman } \zeta = 0.707$$

Letak *pole* jerat tertutup dipilih menggunakan filter Butterworth orde dua, yaitu dua *pole*, yang masing-masing konjugat satu sama lain, dengan rasio redaman  $\zeta = 0.707$ . Frekuensi natural yang dipilih adalah  $\omega = 52.3 \text{ rad/s}$ , sehingga *pole* filter yang merupakan letak *pole* jerat tertutup yang diinginkan ditunjukkan pada Persamaan (8):

$$p_{1,2} = -(\zeta\omega_n) \pm (\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}) \cdot i = -37 \pm 37i \quad (8)$$

Selanjutnya konstanta umpan balik jerat tertutup yang dihitung dengan metoda penempatan *pole* [6] didapat pada Persamaan (9):

$$k_1 = -0.1879 \quad (9)$$

$$k_2 = -0.0015$$

dan konstanta referensi

$$N_{\text{bar}} = -0.0559. \quad (10)$$

Berdasarkan nilai-nilai konstanta tersebut dilakukan simulasi sistem jerat tertutup kontinu. Simulasi dilakukan dengan kondisi awal sebagai berikut:

$$\text{tinggi awal} = 0.001 \text{ mm}$$

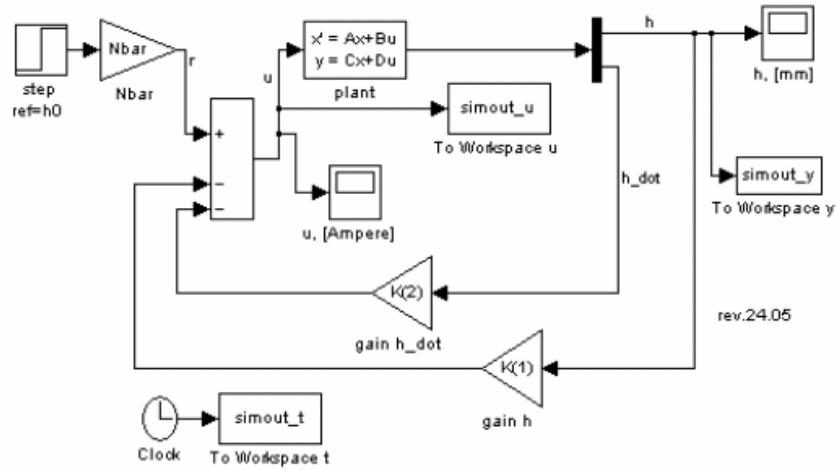
$$\text{kecepatan awal} = 0 \text{ mm/s}$$

$$\text{tinggi referensi} = h_0 = 1.56 \text{ mm}$$

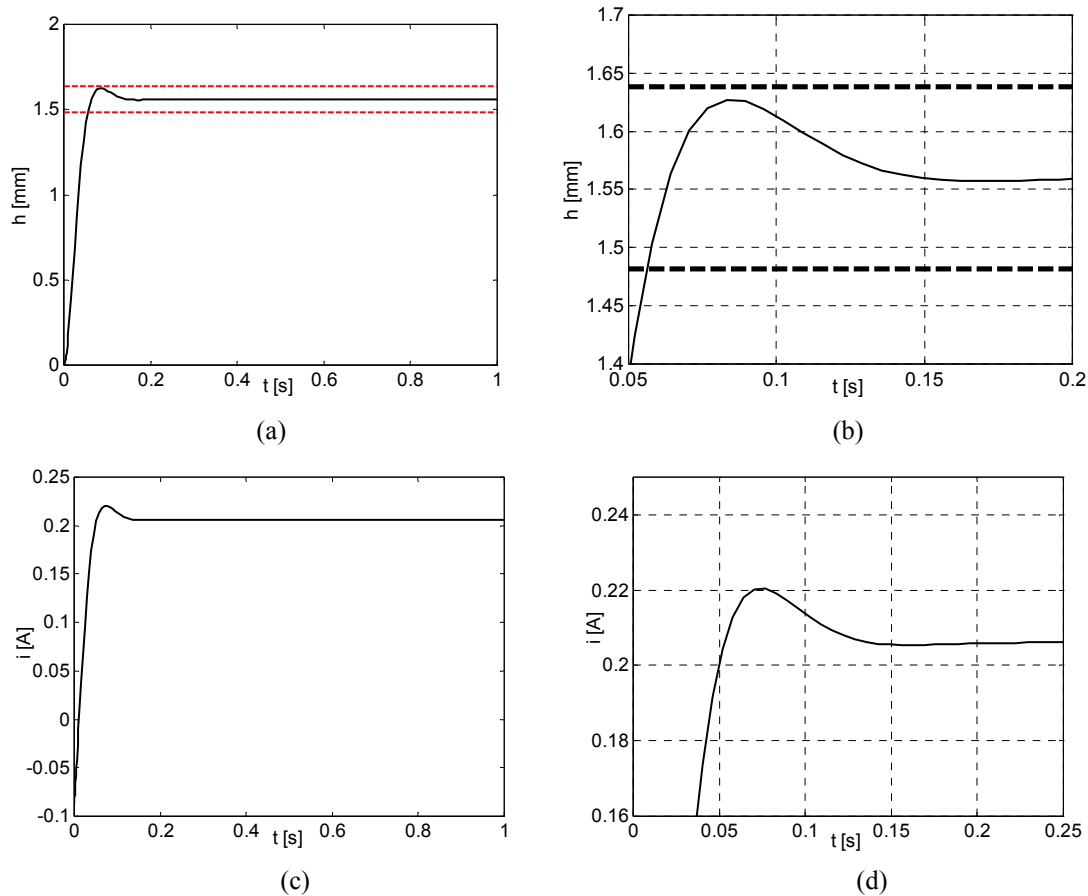
$$\text{tinggi maksimum} = 2.60 \text{ mm (daerah kerja sensor adalah } h = 0.00 \text{ s/d } 2.60 \text{ mm dari permukaan magnet)}$$

$$\text{arus listrik maksimum } i = 1 \text{ A (batas maksimum arus pada kumparan)}$$

Gambar 2 menunjukkan skema simulasi kontinyu.



Gambar 2 Skema Simulasi Kontinyu Sistem Jerat Tertutup



Gambar 3 Keluaran Simulasi Kontinyu Sistem Jerat Tertutup

Gambar 3 menampilkan keluaran simulasi kontinyu sistem jerat tertutup. Gambar 3,a menampilkan nilai  $h$  terhadap waktu, dan diperbesar pada gambar 3.b. Gambar 3.c menampilkan nilai aksi kendali,  $u$  berupa arus  $i$  dalam satuan ampere terhadap waktu dan diperbesar pada gambar 3.d. Gambar 3.a dan 3.b menunjukkan bahwa sistem jerat tertutup pada simulasi berhasil mencapai kondisi tunak dengan *settling time* lebih kecil dari yang ditentukan. Gambar 3.c dan 3.d menunjukkan bahwa aksi kendali maksimum masih di dalam daerah kerja aktuator. Berdasarkan hal ini, maka perancangan pengendali dapat dilanjutkan untuk langkah penerepan. Catatan, pada simulasi aksi kendali dapat menjadi negatif, sedangkan pada alat yang sebenarnya tidak bisa.

**Diskritisasi Model**

Untuk perancangan kendali digital secara langsung diperlukan model digital sistem. Model digital diperoleh dengan melakukan diskritisasi model kontinyu dengan metoda ZOH. Waktu sampling  $T_s$  dipilih sebesar 0.0037s atau frekuensi sampling  $f_s$  sebesar 270 Hz. Dengan metode ZOH, model *state-space* diskrit ekuivalen adalah ditunjukkan pada Persamaan (11):

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{\Phi}\mathbf{x}(k) + \mathbf{\Gamma}\mathbf{u}(k) \\ y(k) &= \mathbf{H}\mathbf{x}(k) \end{aligned} \tag{11}$$

yang mana

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 1.0446 & 0.0038 \\ 24.3130 & 1.0446 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} -0.3381 \\ -184.0805 \end{bmatrix}$$

**Diskritisasi Letak Pole Jerat Tertutup yang Diinginkan**

Letak *Pole* diskrit yang diinginkan dapat diperoleh dari pole kontinyu yang diinginkan dengan transformasi  $z$ . Transformasi  $z$  dilakukan terhadap *pole* kontinyu dalam domain  $s$  ditunjukkan pada Persamaan (12) & (13).

$$z = e^{sT}$$

$$z = e^{(a+bi)T} = e^{aT}(\cos Tb + i \sin Tb) \tag{12}$$

Untuk pole kontinyu  $s_{1,2} = -37 \pm 37i$ , maka pole diskritnya adalah:

$$z_{1,2} = 0.8639 \pm 0.1190i \tag{13}$$

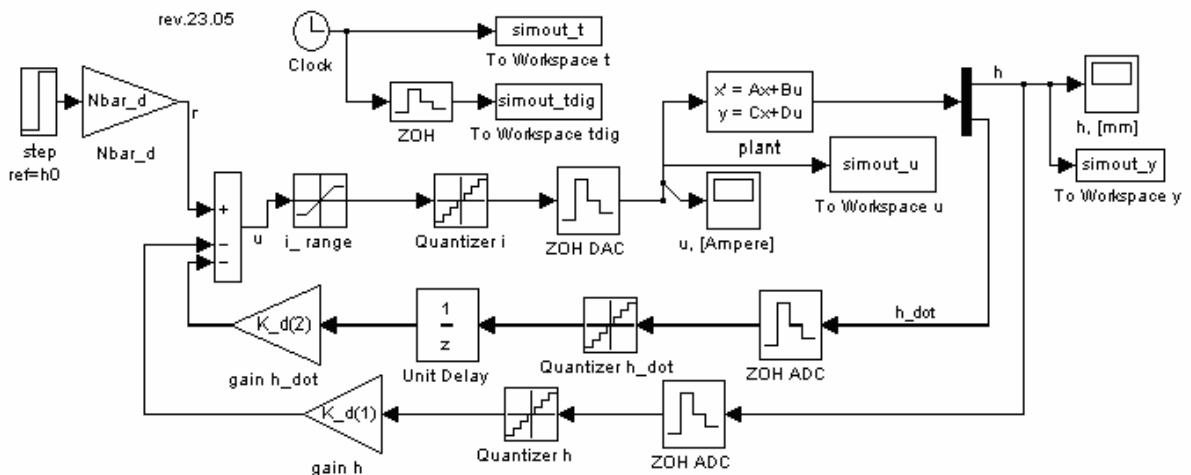
**Konstanta Kendali Diskrit**

Dengan menggunakan metoda penempatan pole, konstanta kendali diskrit diperoleh seperti ditunjukkan pada Persamaan (14) & (15):

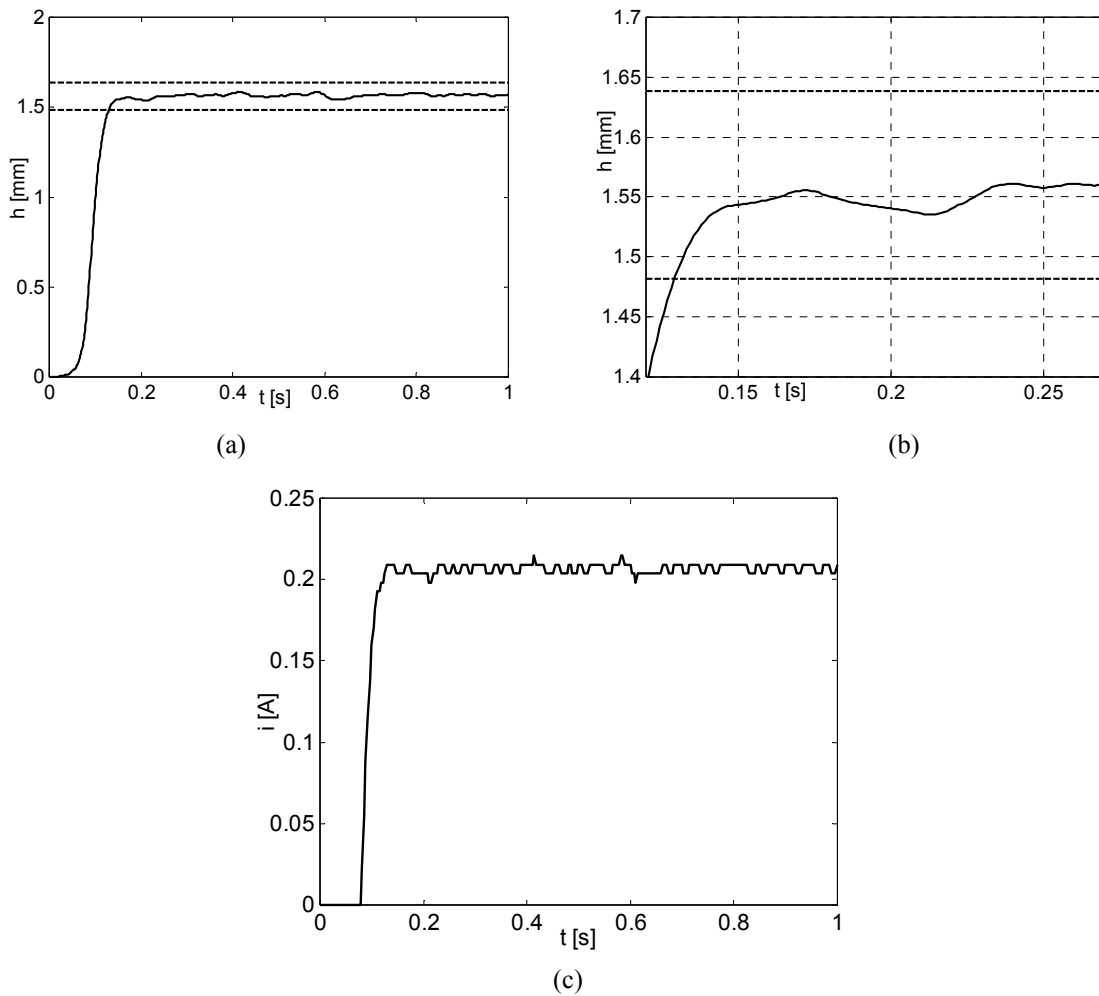
$$K\_d = [K_{1d} \ K_{2d}] = [-0.1798 \ -0.0016] \tag{14}$$

Dan

$$Nbar\_d = -0.0477 \tag{15}$$



Gambar 4 Simulasi Jerat Tertutup Model Digital

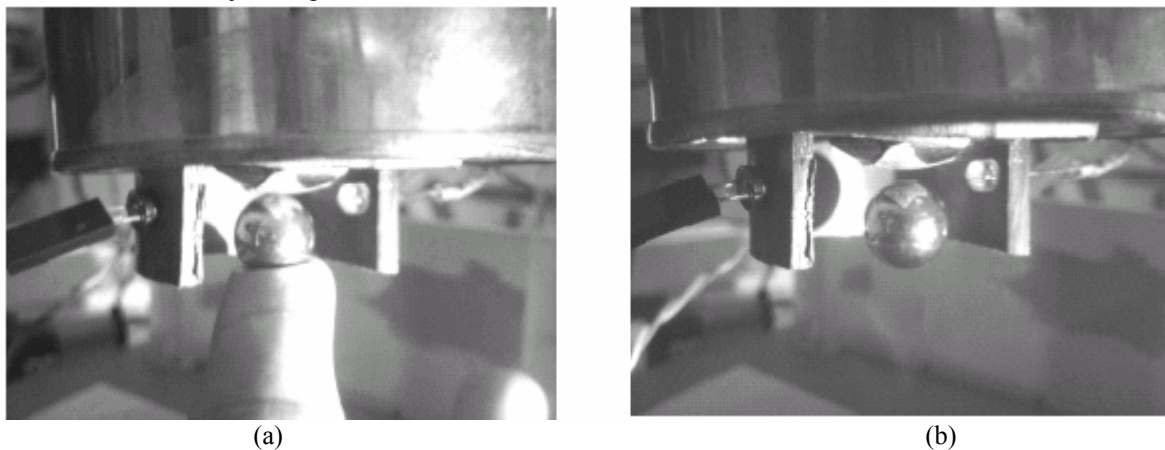


Gambar 5 Keluaran Simulasi Diskrit Sistem Jerat Tertutup

Dari hasil simulasi pada gambar 5.a dan 5.b dapat dilihat bahwa pengendali jerat tertutup telah memenuhi kriteria yang diinginkan. Bola baja dapat diposisikan pada jarak  $h_0$ , berada pada posisi  $h = 1.56$  mm. Kondisi tunak tercapai pada  $t = 0.2$  s. Gambar 5.c menunjukkan aksi kendali yang diperlukan, yang mana arus terbesar tidak melampaui 1A, dan tidak ada arus negatif.

#### 4. Hasil Pengujian

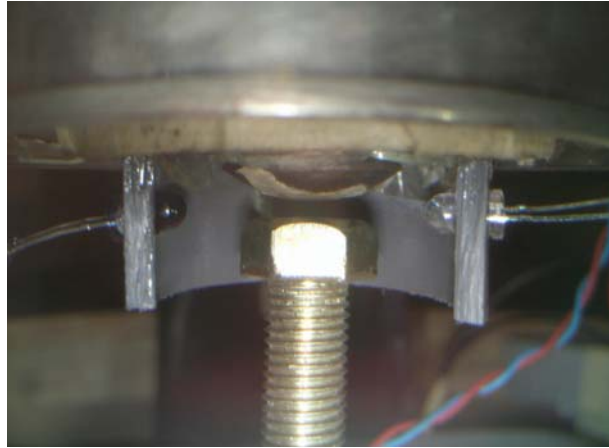
Hasil rancangan hukum kendali waktu diskrit diterapkan pada sistem yang sebenarnya. Hasil pengujian hukum kendali tersebut ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 6 Keadaan Sistem Kendali Saat Bekerja

Gambar 6.a menunjukkan posisi mula bola baja. Gambar 6.b menunjukkan posisi bola baja pada keadaan tunak yang mana dari hasil pengukuran secara photogrametry didapat jarak antara permukaan bola dan permukaan magnet sebesar  $h = 1.6 \text{ mm}$ .

Untuk memeriksa ketangguhan (*robustness*) sistem kendali yang dirancang dilakukan dengan mengganti bola baja dengan baut baja yang memiliki massa berbeda dengan bola tersebut. Gambar 7 menunjukkan bahwa sistem kendali mampu menstabilkan posisi baut baja terhadap permukaan magnet.



Gambar 7 Pengujian Ketangguhan (bola diganti baut)

## 5. Kesimpulan

Sistem kendali *steel ball magnetic levitation* telah berhasil dirancang dan diimplementasikan berdasarkan model yang didapat dari identifikasi parameter model. Sistem kendali dirancang dengan menggunakan metoda penempatan pole. Dari pengujian yang dilakukan pada perangkat keras sistem *steel ball magnetic levitation* menunjukkan bahwa sistem kendali mampu menstabilkan posisi bola terhadap magnet dengan baik. Ketangguhan sistem kendali yang dirancang diuji dengan mengganti bola baja dengan baut baja yang memiliki massa berbeda dengan bola tersebut. Hasil pengujian menunjukkan bahwa sistem kendali memiliki ketangguhan (*robustness*) yang baik.

## Daftar Pustaka

1. \_\_\_\_\_, Control Tutorials for Matlab® and Simulink®, Carnegie Melon University, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1998 ([www.library.cmu.edu/ctms/ctms/state/state.htm](http://www.library.cmu.edu/ctms/ctms/state/state.htm), diakses juni 2006). [ctms]
2. Craig, K, Mechatronics Magnetic Levitation System Case Study, Rensselaer Polytechnic Institute, 2006 ([www.rpi.edu/dept/mechatronics/coursework/Magnetic\\_Levitation\\_System.pdf](http://www.rpi.edu/dept/mechatronics/coursework/Magnetic_Levitation_System.pdf), diakses 15 Februari 2006). [craig]
3. \_\_\_\_\_, [Magnetic Levitation System] ([www.dii.unisi.it/~control/act/description/magnetic.pdf](http://www.dii.unisi.it/~control/act/description/magnetic.pdf), diakses September 2006).
4. Morita, T., Simizu K., Hasegawa M., and Higuchi T., “Miniaturized Levitation System with Motion Control using Piezoelectric Actuator”, IEEE Transactions On Control Systems Technology, Vol.10, No.5, September 2002 ([ieeexplore.ieee.org/iel5/87/22089/01028117.pdf?arnumber=1028117](http://ieeexplore.ieee.org/iel5/87/22089/01028117.pdf?arnumber=1028117), diakses 19 September 2006). [morita]
5. Indrawanto, Rachmat Purbaningrat, Rhisa Zainuddin A.,” Perancangan, Pembuatan dan Identifikasi Parameter sistem Steel Ball Magnetic Levitation”, Seminar TEKNOSIM 2006, UGM Jogjakarta, 6 September 2007. [indrawanto]
6. Franklin, G.F., Powell, J.D, Workman, M.,”Digital Control Dynamic System”, Addison Wesley Longman, Inc., Menlo Park, CA 1998 [franklin]