

ANALISI TEORITIS DAN EKSPERIMENTAL TEGANGAN PADA BATANG SILINDRIS DENGAN BEBAN KOMBINASI

Abdullah Mappaita

ABSTRAK

Analisis ini bertujuan untuk menentukan tegangan pada batang silindris dengan beban lentur dan puntir bersama-sama baik secara teoritis maupun eksperimental. Analisis ini dibandingkan dan ternyata memberikan hasil yang mendekati sama. Analisis teoritis dilakukan dengan menggunakan persamaan-persamaan yang ada dalam buku teks, sedangkan analisis eksperimental dilakukan dengan menggunakan strain gage jenis "Rosette Delta".

Kata Kunci : batang silindris, beban lentur dan puntir, serta strain gage

I. Pengantar

Suatu anggota struktur kadang-kadang diperlukan untuk memikul 2 macam beban sekaligus seperti pada poros yang digunakan untuk transmisi roda gigi, belt, kopling, dan pada pemakaian poros lainnya.

Dalam kondisi demikian analisis tegangan dapat ditentukan secara teoritis bila dimensi poros dan beban yang bekerja diketahui. Bila hal tersebut tidak dapat ditentukan (medan yang sulit) maka analisis tegangan hanya dapat ditentukan secara eksperimental dengan memasang strain gage dan unit pengukur regangan. Dari data regangan inilah selanjutnya tegangan itu ditentukan.

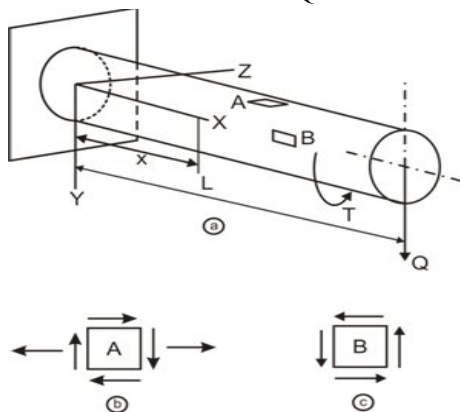
II. Teori Dasar

Pada suatu batang silindris kontilever seperti gambar disamping, batang di bebani dengan beban lentur, beban puntir dan gaya geser masing :

$$M = Q(L - x)$$

$$T = P \cdot R \text{ dan}$$

$$V = Q$$



Bila perhatian ditujukan pada elemen yang berada di permukaan atas batang (elemen A), maka elemen ini akan mengalami tegangan lentur (σ_L) akibat M dan tegangan puntir (τ_p) akibat T (gambar B), dimana tegangan-tegangan tersebut dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan :

$$\sigma_L = \frac{M \cdot y}{I} \quad \text{dan} \quad \tau_p = \frac{T \cdot \rho}{J}$$

Dimana :

y = tinggi letak elemen terhadap sumbu netral batang

I = momen inersia penampang batang

$$= \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

ρ = jarak elemen terhadap sumbu netral batang

J = momen inersia polar batang

$$= \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

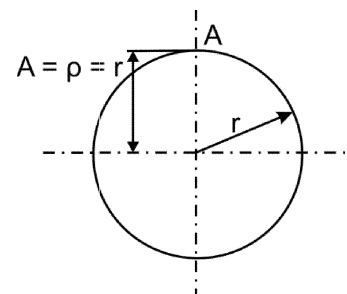
Tegangan utama pada elemen A diperoleh :

$$\sigma_1 = \frac{M \cdot y}{I} + \frac{T \cdot \rho}{J}$$

dan

$$\sigma_2 = \frac{M \cdot y}{I} - \frac{T \cdot \rho}{J}$$

Arah tegangan utama tersebut :



Dengan rumus yang sama, dapat ditentukan resultan tegangan (tegangan utama) pada elemen lain di permukaan batang. Pada elemen yang berada di samping



sumbu netral batang (elemen B), tegangan akibat momen lentur = 0 ($Y = 0$) sehingga elemen tersebut dikenakan tegangan geser murni (Gambar C) sebagai akibat momen punter T dan gaya geser V yang masing-masing dinyatakan dalam rumus sebagai berikut :

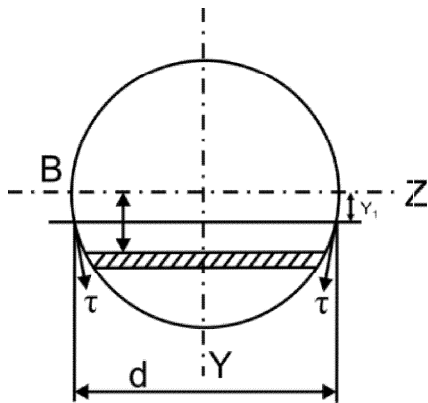
$$\tau = \frac{T \cdot \rho}{J} \text{ dan } \tau = \frac{V \cdot Q}{I \cdot B}$$

dimana :

$$Q = \text{momen pertama } (Q = \int Y \, d\alpha) = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{(r^2 - Y_1^2)^3}$$

$$B = \text{lebar elemen} \\ = 2 \cdot \sqrt{(r^2 - Y_1^2)}$$

$$I = \text{momen inersia penampang batang}$$



Dari harga Q dan b tersebut diperoleh tegangan geser akibat gaya geser V = gaya lintang Q sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{V \cdot Q}{I \cdot B} \\ &= \frac{V \cdot \frac{2}{3} \sqrt{(r^2 - Y_1^2)^3}}{I \cdot 2 \cdot \sqrt{(r^2 - Y_1^2)}} \\ &= \frac{V \cdot (r^2 - Y_1^2)}{3 \cdot I} \\ &= \frac{V \cdot r^2}{3 \cdot I} \end{aligned}$$

*(Buku : Mechanics of Material
oleh : SP. Timoshenko & James
M. Gere

; τ mencapai max bila $Y_1 =$
yaitu elemen yang berada di
samping sumbu netral
(elemen B)

Bila pada suatu elemen di permukaan batang, dipasang strain gage maka dapat diperoleh data regangan

pada elemen tersebut dan dengan menggunakan rumus yang sesuai untuk jenis SG yang digunakan dapat ditentukan tegangan utama dan arahnya.

Pada pengujian ini digunakan SG "Rosette Delta" dimana untuk jenis SG ini berlaku rumus yang sesuai dalam Tabel 10.1 (Buku : Experimental Stress Analysis oleh : Dally & Riley), sebagai berikut :

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{3} \left[\frac{\epsilon_A + \epsilon_B + \epsilon_C}{(1-\mu)} \pm \frac{\sqrt{2}}{(1-\mu)} \sqrt{\{(\epsilon_A - \epsilon_B)^2 + (\epsilon_B - \epsilon_C)^2 + (\epsilon_C - \epsilon_A)^2\}} \right]$$

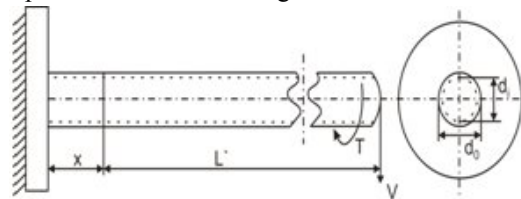
$$\tau_{max} = \frac{E \cdot \sqrt{2}}{3 \cdot (1-\mu)} \left[\sqrt{(\epsilon_A - \epsilon_B)^2 + (\epsilon_B - \epsilon_C)^2 + (\epsilon_C - \epsilon_A)^2} \right]$$

$$\tan 2\phi_1 = \frac{\sqrt{3}(\epsilon_C - \epsilon_B)}{2\epsilon_A \cdot (\epsilon_B + \epsilon_C)} ; \epsilon_C > \epsilon_B$$

Dengan menggunakan rumus-rumus tersebut, besar tegangan utama dan arahnya dapat ditentukan baik secara teoritis berdasarkan data-data dari spesimen uji dan beban maupun secara eksperimental berdasarkan besarnya regangan yang dirasakan oleh masing-masing gage sesuai dengan hasil rekaman pada kertas dari instrument pencatat (recording).

III. III. Pengolahan Data

Dari spesimen uji dan pembebanan selama pengujian, diperoleh data - data sebagai berikut :



$$d_i = 30,0 \text{ mm}$$

$$d_0 = 32,60 \text{ mm}$$

$$x = 150 \text{ mm}$$

$$L' = 500 \text{ mm}$$

$$R = \text{panjang lengan beban punter} = 500 \text{ mm}$$

$$V = \text{gaya lintang yang menimbulkan momen lentur} = 4,605 \text{ kg}$$

$$P = \text{gaya geser yang menimbulkan momen punter} = 8,800 \text{ kg}$$



Dari data-data tersebut diatas diperoleh :

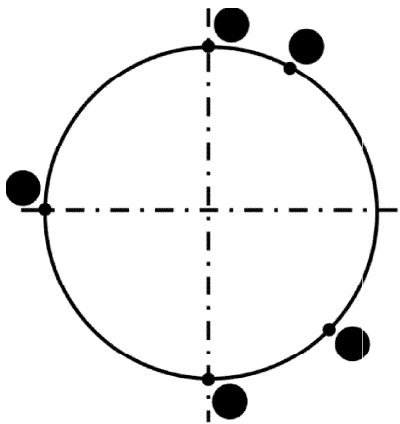
$$\begin{aligned} - &= 15681,388 \text{ mm}^4 \approx 1,5690 \text{ cm}^4 \\ - &= 31362,796 \text{ mm}^4 \approx 3,1360 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{M \cdot Y}{I}; \frac{230,25 \cdot 1,630}{1,5690} \\ &= 238,4680 \text{ kg/cm}^2 \\ Y &= \frac{d_0}{2} = 1,630 \text{ cm} \\ I &= 1,5960 \text{ cm}^4 \\ M &= 238,4680 \text{ kg/cm} \end{aligned}$$

Selanjutnya keadaan pembebanan, posisi SG dan harga regangan pada masing-masing gage sesuai hasil rekaman diatas, ditunjukkan pada tabel berikut :

Kasus	Posisi Strain Gage (SG)	BEBAN			REGANGAN		
		Lintang (kg)	Lentur (kg cm)	Puntir (kg cm)	ϵ_A (μs)	ϵ_B (μs)	ϵ_C (μs)
1	0	4,605	230,25	484,0	118,0	-144,50	116,20
2	30	4,605	230,25	484,0	76,0	-156,50	114,0
3	135	4,605	230,25	484,0	-85,70	-162,50	116,0
4	180	4,605	230,25	484,0	-116,50	-166,50	116,0
5	270	4,605	230,25	484,0	0	-159,0	120,40

Posisi SG :



Dengan rumus-rumus di depan, diperoleh masing-masing untuk setiap posisi SG sebagai berikut :

Kasus I : Posisi SG pada permukaan atas spesimen :

- Akibat Gaya Lintang

$$\tau_1 = \frac{V \cdot (r^2 - r_1^2)}{3 \cdot I}$$

Untuk posisi SG pada permukaan atas spesimen, $Y_1 = r$, sehingga :

$$\tau_1 = \frac{V \cdot (r^2 - r^2)}{3 \cdot I} = 0$$

- Akibat Momen Puntir

$$\tau_p = \frac{T \cdot \rho}{J}; \frac{484 \cdot 1,630}{3,1630} = 248,6563 \text{ kg/cm}^2$$

$$P = \frac{d_0}{2} = 1,630 \text{ cm}$$

$$J = 3,1630 \text{ cm}^4 = 248,6563 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = 484 \text{ kg cm}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{1,2} &= \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left[\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2\right]} \\ &= 119,2340 \pm \sqrt{[119,2340^2 + 248,6563^2]} \\ &= 119,2340 \pm (265,7656) \\ \sigma_1 &= 384,9970 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_2 &= 146,5317 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan 2\theta_1 &= \frac{2\tau}{\sigma_x} = \frac{2 \cdot 248,6563}{238,4680} \\ 2\theta_1 &= 64,3817^\circ \end{aligned}$$



Untuk berbagai kedudukan SG lainnya, besarnya σ_x berubah-ubah sesuai perubahan ketinggian letak SG, sedangkan besarnya τ_p adalah tetap untuk semua kedudukan SG karena jaraknya senantiasa tetap yaitu

sebesar — dan τ_l berubah sesuai ketinggian letak SG. Dengan perubahan tersebut diperoleh harga σ_x dan τ_p serta τ_l untuk ke 4 posisi SG lainnya dan tegangan utama σ_1 , σ_2 dan τ_{max} serta arahnya $2\theta_1$ dapat ditentukan.

Hasil perhitungan selanjutnya ditabelkan seperti terlampir :

Kasus	Posisi SG (°)	TEGANGAN						Arah $2\theta_1$ (°)
		σ_x (kg/cm ²)	τ (kg/cm ²)		σ_1 (kg/cm ²)	σ_2 (kg/cm ²)	σ_3 (kg/cm ²)	
			τ_p	τ_l				
1	0	238,4680	248,6563	0	384,9970	-166,5317	265,7440	64,3807
2	30	119,2340	248,6563	0,6498	311,5969	-226,0862	268,8426	70,1171
3	135	-168,6223	248,6563	1,2996	123,134	-384,7605	253,9945	-71,3655
4	180	-238,4600	248,6563	0	156,516	-394,9369	275,7265	-64,3807
5	270	0	248,6563	2,5993	248,6563	-248,0563	248,6563	-45,10

Dengan menggunakan data-data regangan dari masing-masing gage (A, B, dan C) sesuai hasil rekaman dan rumus di depan, diperoleh :

$$E = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\mu = 0,30$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{E}{3} \left[\frac{\varepsilon_A + \varepsilon_B + \varepsilon_C}{(1-\mu)} \pm \frac{\sqrt{2}}{(1-\mu)} \sqrt{[(\varepsilon_A - \varepsilon_B)^2 + (\varepsilon_B - \varepsilon_C)^2 + (\varepsilon_C - \varepsilon_A)^2]} \right]$$

$$= 0,7 [128,1429 \pm 1,0879 (369,9648)]$$

$$= 0,7 [128,1429 \pm 402,4847]$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = 371,4393 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_2 = -174,3418 \text{ kg/cm}^2 \end{array} \right\} \tau_{max} = 278,8771$$

$$\begin{aligned} \tan 2\theta_1 &= \frac{\sqrt{3}(\varepsilon_C - \varepsilon_B)}{2\varepsilon_A \cdot (\varepsilon_B + \varepsilon_C)} \\ &= \frac{\sqrt{3}(116,20 - 114,50)}{2 \cdot 118 (-114,50 + 116,20)} \\ &= 1,7086 \\ 2\theta_1 &= 59,6585^\circ \end{aligned}$$



Untuk harga tegangan utama dan arah yang lain dapat diperoleh dengan menggunakan rumus yang sama dan

hasilnya ditabelkan seperti berikut :
Untuk spesimen baja :

Kasus	Posisi SG (°)	REGANGAN			TEGANGAN			Arah $2\theta_1$ (°)
		ϵ_A (μs)	ϵ_B (μs)	ϵ_C (μs)	σ_1 (kg/cm^2)	σ_2 (kg/cm^2)	τ_{max} (kg/cm^2)	
1	0	118,0	-144,50	116,20	371,4394	-174,3418	278,8471	69,6285
2	30	76,0	-156,50	114,0	307,8163	-240,8163	274,3613	67,4550
3	135	-85,70	-162,50	116,0	136,1174	-400,5179	268,3176	-75,5948
4	180	-116,50	-166,50	116,0	164,2123	-398,2125	281,1290	-69,3445
5	270	0	-159,0	120,40	237,0899	-259,8701	243,4685	-45,00

Kesimpulan

Dari kedua hasil perhitungan sesuai tabel diatas dapat disimpulkan bahwa baik harga tegangan utama (σ_1 dan σ_2) maupun tegangan geser max (τ_{max}), mempunyai perbedaan antara keduanya, namun perbedaan tersebut dalam beberapa kasus tidak begitu besar ($\pm 1,5$ %) dan terbesar sekitar ($\pm 8,5$ %).

Adanya perbedaan harga tersebut adalah disebabkan oleh pengaturan posisi SG yang tidak begitu tepat sesuai dengan sudut yang dimaksudkan. Ketidaktepatan ini merupakan akibat dari posisi lubang yang tidak pas pada posisi SG dipermukaan atas spesimen.

Penyebab lain adalah ketidaktepatan penaksiran regangan dari kertas rekaman terutama pada kasus 1 dan 2 dimana penunjukan pen penulis bertingkat (mengalami loncata saat pembebanan).

Namun secara keseluruhan dapat dianggap bahwa hasil teoritis mendekati hasil eksperimental sehingga keduanya dapat diterima. Tegangan geser akibat beban lintang (τ_l) dibandingkan dengan tegangan geser akibat momen punter (τ_p) sangat kecil sehingga tidak mempengaruhi tegangan geser max (τ_{max}).

IV. Daftar Pustaka

1. S.P.Thimosenko, James M.Gere, *Mechanics of Materials*. D. Van Nostrand Company. New York. 1972
2. Kogakusha. Tokyo. 1978

James W.Dally, William F.Riley, *Experimental Stress Analysis*. Mc Graw Hill



