

PEMODELAN DAN SIMULASI DINAMIK UNTUK PENGEMBANGAN SIMULATOR SEPEDA MOTOR

Rianto Adhy Sasongko, Leonardo Gunawan, Sin Kimsay

Fakultas Teknik Mesin dan Dirgantara
Institut Teknologi Bandung
Jl. Ganesha 10, Bandung 40132
sasongko@ae.itb.ac.id

Abstrak

Paper ini mendiskusikan salah satu tahap pada proses pengembangan suatu sistem simulator sepeda motor, sebagai sistem yang dapat merekonstruksi gerakan sepeda motor sesuai dengan karakteristik sistem yang sebenarnya. Secara alami, karakteristik gerakan atau respon sepeda motor akan dipengaruhi oleh parameter sistem yang dikaji dan input serta gangguan yang diterima oleh sistem. Untuk pengembangan simulator ini, perlu dibangun suatu model matematik yang merepresentasikan dinamika sistem sepeda motor, yang dapat diperoleh berdasarkan persamaan dinamik sepeda. Model dinamik ini dapat diperoleh dari persamaan gerak sistem sepeda motor pada semua derajat kebebasan yang ditinjau. Secara umum, persamaan yang dibangun merepresentasikan dinamika sepeda pada bidang longitudinal dan lateral, ditambah dengan persamaan kinematika yang merepresentasikan sikap dan gerak sepeda pada bidang direksional. Pengembangan model numerik sistem dinamik sepeda ini dilakukan dengan bantuan perangkat lunak MATLAB-SIMULINK. Beberapa skenario pengoperasian sepeda selanjutnya disimulasikan dan dianalisis untuk mengevaluasi kesetaraannya dengan fenomena fisik yang terjadi. Hasil simulasi yang diperoleh menunjukkan bahwa model numerik yang dibangun memberikan respon yang realistis dan comparable dengan fenomena fisik yang terjadi.

Keywords: Sepeda motor, simulasi dinamik, persamaan gerak

1. Introduction

Sepeda motor adalah salah satu alat transportasi yang paling populer di Indonesia. Alat transportasi dipandang cocok dengan kondisi jalan dan lalu lintas, serta karakteristik mobilitas masyarakat di Indonesia. Sepeda motor juga dipilih sebagai alat transportasi karena murah, tepat guna, dengan tingkat fleksibilitas penggunaan yang cukup tinggi.

Kurang lebih 200 juta sepeda motor (termasuk motor sepeda, skuter, dan jenis kendaraan roda 2 dan 3 bermotor lainnya) digunakan di seluruh dunia, atau sekitar 33 sepeda motor untuk setiap 1000 orang, sekitar sepertiga dari jumlah mobil, yaitu berkisar 590 juta atau sekitar 91 mobil untuk setiap 1000 orang. Sebagian besar sepeda motor, sekitar 58% digunakan di negara-negara berkembang di bagian selatan dan timur Asia dan negara-negara Asia-Pasifik [10].

Jumlah pengguna sepeda motor yang cukup besar sangat berpengaruh pada perilaku pengguna jalan raya di Indonesia, baik pengguna sepeda motor itu sendiri ataupun pengguna kendaraan lainnya. Dari sisi lain, jumlah pemakai yang sangat besar dapat meningkatkan

potensi ekonomi industri sepeda motor Indonesia. Karena itu, penguasaan tentang pengetahuan dan teknologi sepeda motor perlu dicermati, agar jika ada peluang yang cukup besar, Indonesia dapat mengembangkan industri sepeda motornya sendiri.

Pada riset ini dilakukan pengembangan simulator sepeda motor, yaitu suatu perangkat yang secara fisik mampu merekonstruksi gerak dinamik sepeda motor dalam kondisi dan manuver tertentu. Tujuan pengembangan simulator ini adalah untuk memperoleh pemahaman secara komprehensif tentang dinamika sistem sepeda motor, yang selanjutnya akan diwujudkan menjadi suatu perangkat yang dapat dimanfaatkan sebagai alat bantu pada proses desain dan analisis konfigurasi sepeda motor. Pada pengembangan lebih lanjut, perangkat ini dapat pula digunakan untuk fungsi lain seperti sebagai alat evaluasi kemampuan mengemudi sepeda motor (riding simulator). Riding simulator dapat digunakan baik sebagai sarana latihan bagi pengemudi, ataupun untuk pengembangan perangkat keselamatan sepeda motor, atau untuk mempelajari interaksi antara sepeda motor dan pengemudi [11].



Beberapa tahap perlu dilakukan secara sistematis untuk mengembangkan simulator ini. Pada makalah ini akan dibahas tahap awal proses pengembangan simulator ini, yaitu pembentukan model matematik dinamika dan kinematika sistem sepeda motor. Proses pemodelan ini sangat penting karena dari model matematika yang diperoleh akan dibuat model numerik yang nantinya akan menjadi “otak” yang akan menentukan gerak/respon yang dimunculkan pada simulator ini.

Makalah ini akan disajikan dengan sistematika sebagai berikut. Setelah latar belakang masalah dan tujuan penelitian dipaparkan pada bagian pertama, maka pada bagian 2 akan dibahas deskripsi sistem dinamik sepeda motor dalam konteks pemodelan matematik. Pada bagian 3 akan dibahas proses pembentukan model matematik, baik model dinamika ataupun kinematika, sistem sepeda motor. Selanjutnya bagian 4 akan membahas secara singkat tentang pembentukan model numerik berdasarkan model analitik yang telah dibangun sebelumnya. Pada bagian 5 akan ditampilkan beberapa hasil simulasi numerik yang telah dilakukan beserta analisisnya. Makalah ini akan ditutup dengan beberapa kesimpulan dan saran yang akan dipaparkan pada bagian 6.

2. Sistem Sepeda Motor

Sepeda dan/atau sepeda motor memiliki dinamika yang unik yang terkait dengan konfigurasi. Dinamika sepeda/sepeda motor dipengaruhi oleh beberapa hal, antara lain kecepatan, konfigurasi *frame* atau kerangka utama dan konfigurasi *fork* atau batang pemegang dan penggerak roda kendali. Dinamika sepeda telah menjadi bahan kajian yang cukup intensif dipelajari selama beberapa dekade. Bahkan hingga saat ini, setelah sepeda/sepeda motor menjadi sangat populer dan diproduksi secara masal, masih ada beberapa karakteristik dinamik sepeda yang belum dapat dipahami dan diformulasikan secara lengkap, sebagaimana yang disampaikan oleh Freeman Dyson, seorang ahli fisika teoritik dan matematikawan, dalam media Wired News pada tahun 1998 [1] :

“Even now, after we’ve been building them for 100 years, it’s very difficult to understand just why a bicycle works - it’s even difficult to formulate it as a mathematical problem.”

Kajian tentang dinamika sepeda/sepeda motor mencakup tentang masalah dinamika dan pengendalian sistem mekanik. Beberapa hal yang perlu dikaji antara lain adalah masalah kestabilan dan pengendalian (*steering*). Kajian tentang dinamika sepeda dan pemodelan matematikanya dapat diperoleh pada beberapa paper dan laporan teknik. Whipple [7] menurunkan persamaan gerak sepeda sebagai persamaan

non-linier, dan menyederhanakannya menjadi persamaan terlinearisasi. Whipple juga menyatakan bahwa stabilisasi sepeda dapat dilakukan dengan mengaplikasikan torsi kendali dan memiringkan (*lean*) *frame* sepeda. Penurunan persamaan gerak sepeda berdasarkan persamaan non-linier juga dilakukan oleh Routh [6]. Permasalahan analisis dinamik sepeda juga kemudian menjadi bahan kajian yang cukup menarik, seperti yang dibahas oleh Collins dalam tesisnya [2]. Kaitan antara pemodelan matematik dan arti fisik dinamika sepeda dibahas secara populer dalam sebuah artikel yang ditulis oleh Olsen dan Papadopoulos [4]. Kajian tentang stabilitas dan pengendalian sepeda secara pasif dapat diperoleh salah satunya pada laporan teknis yang ditulis oleh Papadopoulos [5]. Selanjutnya, paparan tentang dinamika dan pengendalian sepeda dan permasalahan yang terkait, baik secara analitis ataupun empiris (*eksperimental*), beserta studi tentang dinamika sepeda dapat diperoleh dari *lecture notes* yang ditulis oleh Astrom [1]. Selain itu, Hand dalam tesisnya [3], melakukan perbandingan analisis kestabilan dinamik sepeda berdasarkan model matematik yang terlinearisasi.

3. Model Matematika Sepeda

Beberapa bagian utama yang berkontribusi terhadap dinamika sepeda motor adalah :

- Frame atau kerangka utama badan sepeda motor
- Fork atau batang pemegang dan penggerak roda kendali
- ban, yang berkaitan dengan interaksi sepeda dengan permukaan jalan
- Suspensi dan dinamika mesin penggerak
- pengemudi, yang akan mempengaruhi titik berat sistem dan dengan sendirinya akan mempengaruhi dinamika sistem, terutama pada manuver-manuver tertentu.

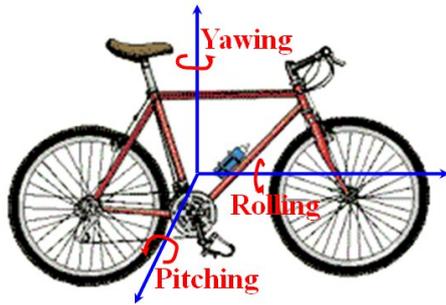
Pada tahap awal ini, pemodelan kinematika dan dinamika sepeda motor masih dilakukan dengan mengabaikan faktor mesin, suspensi, ban, dan pengemudi, atau dengan kata lain penurunan awal model matematika yang akan dibahas pada makalah ini dilakukan dengan menggunakan sistem sepeda sebagai pendekatan awal. Faktor mesin, suspensi, ban, dan pengemudi akan dilibatkan pada tahap lanjut proses pemodelan. Perlu digaris bawahi bahwa dinamika utama sepeda motor muncul akibat konfigurasi kerangka utama (*frame*) dan dinamika batang kemudi (*fork*).

Derajat kebebasan utama dan beberapa parameter fisik sepeda didefinisikan secara skematik seperti yang diilustrasikan pada Gambar 1 dan 2.

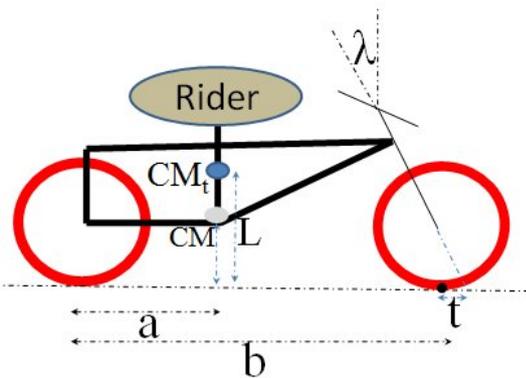
Derajat kebebasan utama yang ditinjau pada proses pemodelan, dan nantinya akan direkonstruksi oleh simulator, adalah gerakan rotasi pada ketiga sumbu benda sepeda, yaitu gerak *pitching*, *rolling*, dan *yawing*. Selain itu gerak perpindahan vertikal yang terbatas juga akan direpresentasikan pada simulator yang



dikembangkan.

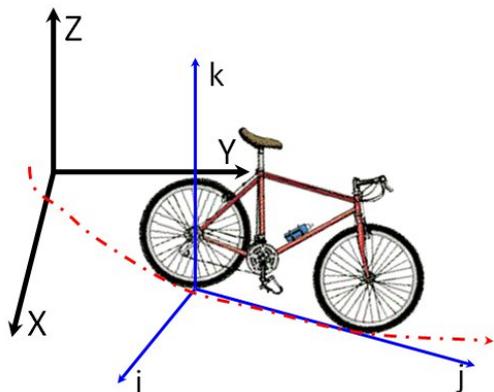


Gambar 1. Derajat kebebasan utama yang ditinjau



Gambar 2. Parameter fisik sepeda

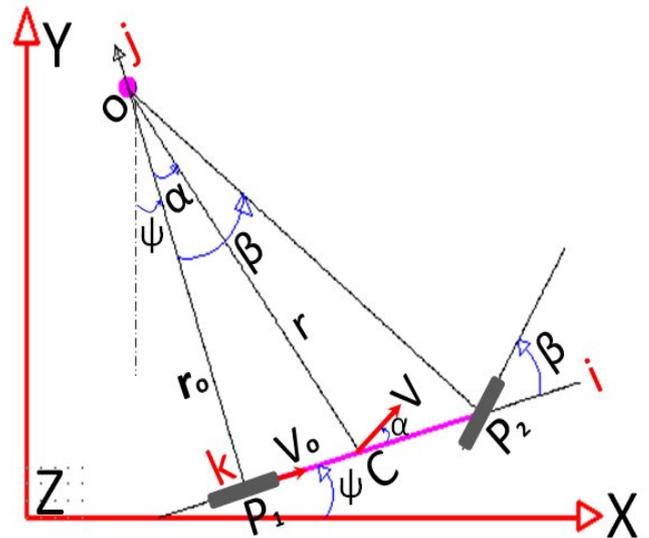
Untuk mendefinisikan gerak sepeda relatif pada titik beratnya, dan juga gerak sepeda pada ruang inersial, maka dua tata acuan koordinat (TAK) digunakan pada proses pemodelan ini, yaitu TAK inersia (XYZ) dan TAK benda (ijk). Deskripsi TAK ini dapat dilihat pada gambar di bawah ini.



Gambar 3. Tata acuan koordinat dinamika sepeda

Sebagai langkah awal, dilakukan pemodelan kinematik gerak sepeda pada ruang inersia. Hubungan antara variabel gerak sepeda pada bidang horisontal (baik bidang X-Y ataupun bidang i-j) dapat diturunkan dengan memperhatikan skema pada Gambar 4. Pada skema tersebut dapat dilihat hubungan antara variabel defleksi roda depan (sudut kemudi) β , dengan sudut orientasi kerangka utama ψ , arah vektor kecepatan α ,

radius putar r (dan r_0). Variasi harga variabel-variabel tersebut akan menentukan perhitungan respon dinamika sepeda baik pada bidang lateral benda (bidang i-k) ataupun longitudinal benda (bidang k-j).



Gambar 4. Skema kinematika gerak sepeda

Dengan memperhatikan skema pada Gambar 4, dapat diperoleh persamaan kinematika berikut :

$$V_x(t) = V_0 \left[\cos(\psi) - \frac{a}{b} \sin(\psi) \tan(\beta) \right] \quad (1a)$$

$$V_y(t) = V_0 \left[\sin(\psi) + \frac{a}{b} \cos(\psi) \tan(\beta) \right] \quad (1b)$$

$$\psi = \frac{V}{r} = \frac{\tan(\beta)}{b} V_0 \quad (1c)$$

Persamaan (1a), (1b), (1c), berturut-turut menyatakan (pada bidang inersia) kecepatan gerak sepeda dalam arah X, arah Y, dan perubahan sudut orientasi ψ .

Perubahan posisi titik berat sepeda pada ruang inersia dengan mudah dapat diperoleh dengan mengintegrasikan persamaan (1a) dan (1b), dan percepatan pada sumbu inersia juga dapat diperoleh dengan menurunkan terhadap waktu persamaan-persamaan tersebut. Variabel-variabel dari persamaan kinematik ini selanjutnya akan digunakan dalam pembentukan persamaan dinamika sepeda.

Persamaan dinamika sepeda pertama terkait dengan gerak *leaning(rolling)* yang biasa muncul pada sepeda motor. Gerak ini dapat dimodelkan secara matematik dengan memperhatikan kesetimbangan momen pada bidang lateral sepeda (bidang i-k), dengan asumsi tidak terjadi slip pada roda. Pada kasus ini, kerangka utama sepeda secara dinamik dapat dilihat sebagai suatu pendulum terbalik yang bersifat tidak stabil. Hubungan dinamika *leaning* ini dengan sudut kemudi β dan kecepatan dapat dinyatakan oleh



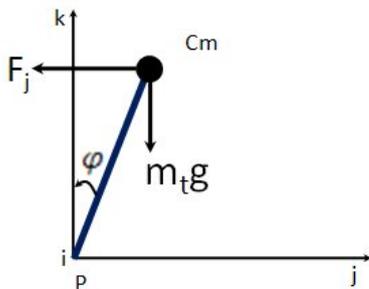
persamaan diferensial non-linier berikut :

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{m_t g \sin(\varphi)}{J} + \frac{m_t V_o \cos(\varphi)}{J} \sqrt{\left\{ \frac{a}{b} \tan^2(\beta) V_o \right\}^2 + \left\{ \frac{a + a \tan^2(\beta)}{dt} d\beta + V_o \tan(\beta) \right\}^2} \quad (2)$$

Persamaan di atas dapat dilinierkan untuk memperoleh bentuk berikut :

$$\ddot{\varphi} = \frac{m_t g l}{J} \varphi + \frac{l m_t V_o}{J \left(\frac{V_o}{b} \beta + \frac{a}{b} \dot{\beta} \right)} \quad (3)$$

Persamaan (3) selanjutnya dapat digunakan untuk membentuk fungsi transfer sudut leaning terhadap input sudut kemudi, dan untuk melakukan analisis kestabilan pada bidang lateral.



Gambar 5. Dinamika Tilting/leaning

Komponen sepeda yang memiliki kontribusi yang signifikan terhadap dinamika sepeda secara keseluruhan adalah garpu depan (front-fork). Komponen ini, saat memberikan input sudut kemudi, dapat memperkenalkan momen tambahan yang akan mempengaruhi dinamika *leaning* sepeda, dan sebaliknya gerak *leaning* sepeda akan memberikan beban torsi tambahan yang dirasakan pada batang kemudi akibat bentuk spesifik struktur *fork* ini. Momen yang bekerja pada front-fork akibat gerak *leaning* dinyatakan oleh persamaan berikut:

$$M_L = F_L d = m_t g l \sin(\varphi) t \cos(\lambda) \quad (4)$$

di mana λ adalah *rake angle* atau sudut kemiringan garpu. Sedangkan momen yang muncul pada *fork* akibat diaplikasikannya suatu sudut kemudi β tertentu dinyatakan oleh :

$$M_S = m g t \sin(\delta) \sin(\beta) \cos(\lambda) \quad (5)$$

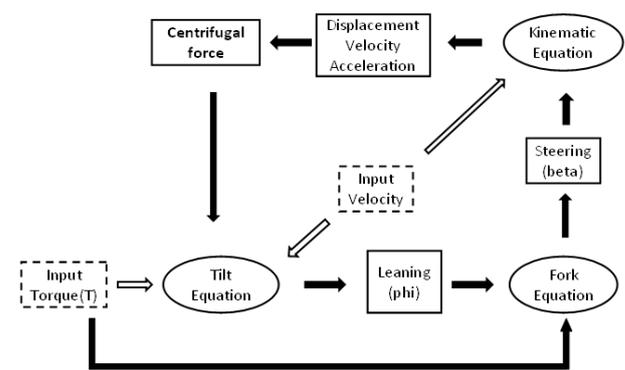
di mana δ adalah sudut antara poros putar kemudi dengan garis yang menghubungkan suatu titik pada pros putar dengan titik sentuh roda dengan tanah. Kedua momen pada persamaan (4) dan (5) akan memberikan beban torsi pada poros kemudi.

Selain itu, karena konfigurasi *fork*, maka aplikasi suatu sudut kemudi tertentu akan membuat titik kerja gaya

normal (pada titik sentuh roda depan dengan tanah) bergeser keluar dari bidang simetri (bidang longitudinal kerangka utama) sepeda. Hal ini akan menyebabkan munculnya momen *lean* tambahan yang akan membuat persamaan dinamika *leaning* terkoreksi menjadi :

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{a m_t g \sin(\beta)}{J (b + t \cos(\beta))} + \frac{m_t g l \sin(\varphi)}{J} + \frac{l \cos(\varphi) m_t V_o}{J} \sqrt{\left\{ \frac{a}{b} \tan^2(\beta) V_o \right\}^2 + \left\{ \frac{a + a \tan^2(\beta)}{dt} d\beta + V_o \tan(\beta) \right\}^2} \quad (6)$$

Penjelasan dan deskripsi lengkap tentang penurunan model analitik dinamika sepeda dapat dilihat pada [12].



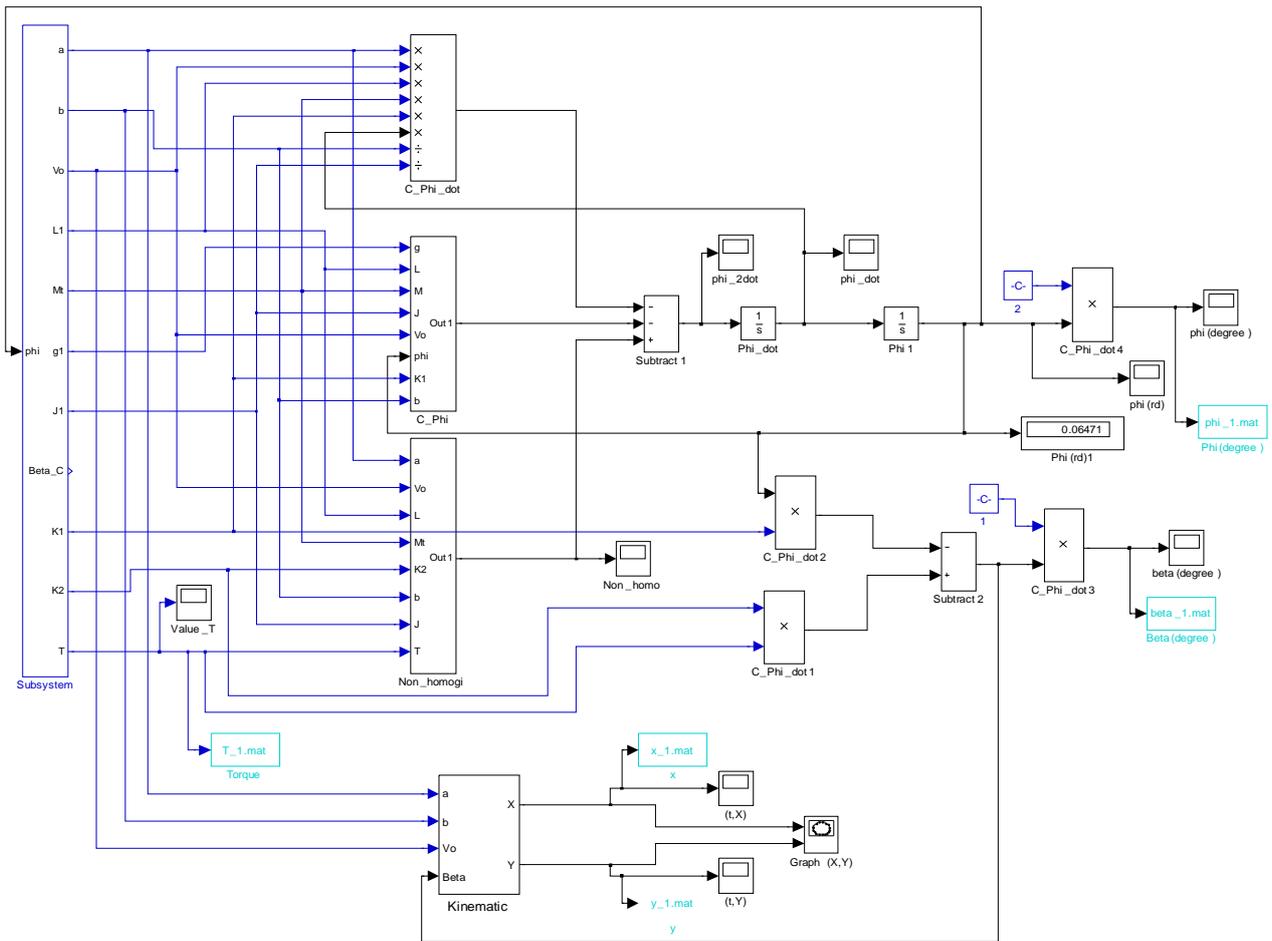
Gambar 6. Flow of information model dinamika-kinematika sepeda

4. Model Simulasi Numerik

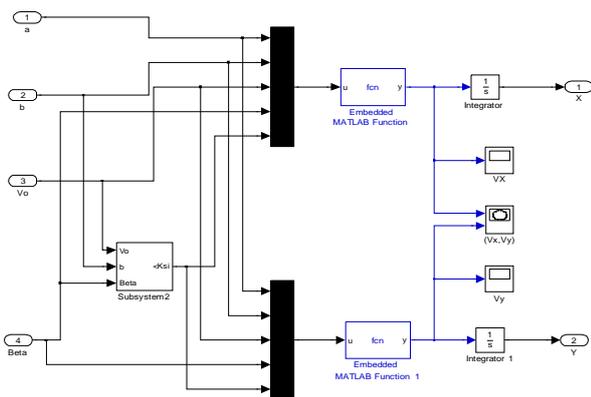
Pada tahap berikutnya, model analitik yang telah diturunkan selanjutnya akan diterjemahkan menjadi suatu model numerik yang dapat diimplementasikan dan disimulasikan dengan komputer. Model numerik ini perlu dibangun agar kajian dinamika sepeda dapat dilakukan lebih mendalam dengan melakukan simulasi komputer untuk mengamati respon sepeda pada kasus-kasus tertentu. Respon yang diperoleh dari simulasi ini dapat dianalisis dan dibandingkan secara kualitatif dengan respon sepeda sebenarnya (fisik) untuk memberi gambaran tentang tingkat kesetaraan model matematik yang dibangun dengan sistem sepeda sesungguhnya.

Model numerik sistem sepeda dibangun dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB/SIMULINK yang disusun berdasarkan hasil-hasil penurunan model analitik [8],[9]. Dengan perangkat lunak ini, model numerik dinamika dan kinematika sepeda dapat diterjemahkan menjadi suatu jaringan blok diagram, di mana tiap blok yang digunakan merepresentasikan suatu hubungan analitik tertentu.





Gambar 7 Blok diagram SIMULINK kinematika dan dinamika sepeda



Gambar 8. Blok Subsystem Kinematika Sepeda

Model blok diagram ini selanjutnya dapat disimulasikan dan hasilnya dapat diamati dengan beberapa perangkat yang sudah tersedia dalam perangkat lunak ini. Model blok diagram kinematika dan dinamika sepeda dapat dilihat pada Gambar 7. Blok diagram tersebut adalah kombinasi dari beberapa sub-sistem, yaitu sub-sistem representasi model kinematik, subsistem representasi model dinamik, subsistem parameter sepeda, dan subsistem output. Tiap subsistem terbangun dari blok-blok elementer yang merepresentasikan hubungan analitik yang membentuk persamaan dinamik atau kinematik sepeda, dan juga blok-blok yang diperlukan untuk membentuk suatu mekanisme simulasi yang efektif, seperti blok penyimpanan data, penampil data, penyimpan parameter, dan sebagainya.

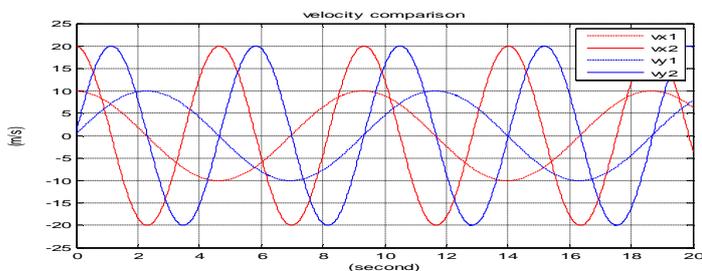
5. Hasil Simulasi Numerik

Dengan menggunakan model SIMULINK yang telah dibangun, beberapa proses simulasi dilakukan untuk beberapa kasus atau skenario pengendalian sepeda. Variabel utama yang digunakan sebagai input adalah kecepatan dan sudut kemudi. Dengan memvariasikan kedua input ini, untuk memyimulasikan skenario pengendalian tertentu, maka respon sepeda pada derajat kebebasannya dapat diperoleh dan diamati secara langsung. Beberapa kasus yang ditinjau dan ditampilkan pada makalah ini antara lain adalah manuver belok dengan sudut kemudi konstan, belok dengan sudut kemudi berubah, perubahan besar torsi pada batang kemudi, dan perubahan kecepatan. Beberapa variabel yang adiamati adalah pergerakan (perubahan posisi) sepeda motor, vektor kecepatan, sudut *leaning*, dan pengaruh torsi pada batang kemudi terhadap sudut *leaning*. Pada simulasi yang dilakukan digunakan parameter sebuah sepeda motor referensi seperti tertera pada tabel berikut.

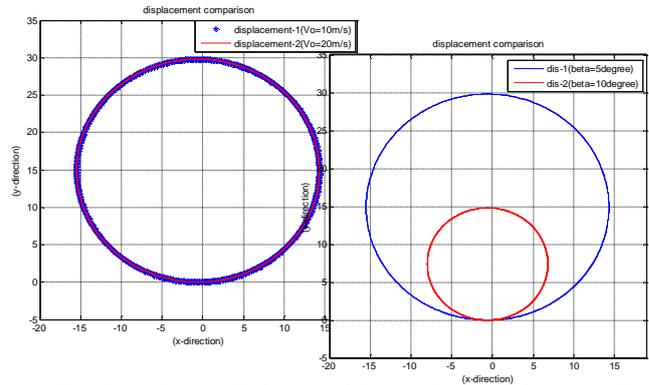
Symbol	Value	Unit
a	0.6	m
b	1.35	m
CM of motorcycle	0.4	m
CM of driver	1.05	m
L(CM of total)	0.63	m
Mass of motorcycle	140	kg
Mass of driver	75	kg
M_t (Mass total)	215	kg
g	9.81	m/s^2
J	105.09	Kgm^2
V_0	Vary	m/s
β_s	Vary	rd
λ	15	degree
t	0.15	m
M_f	107.5	kg

Tabel 1 Parameter Sepeda motor referensi

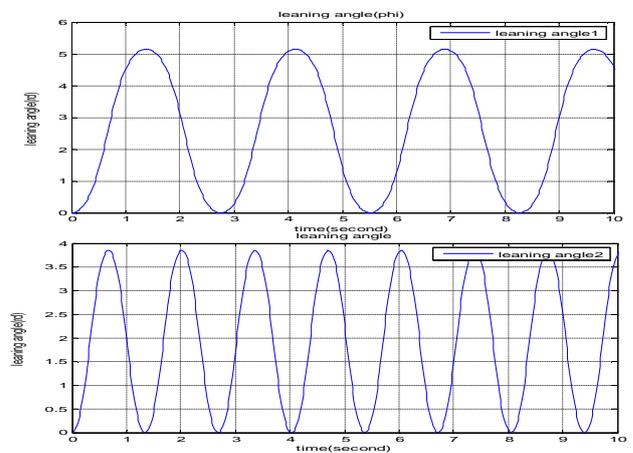
Beberapa hasil yang diperoleh dapat dilihat pada gambar-gambar berikut:



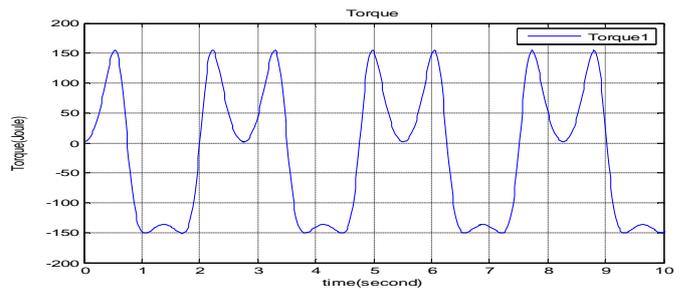
Gambar 9. Respon kecepatan V_x dan V_y untuk kasus sudut kemudi $\beta = 5^\circ$ (garis putus $V_0=10$ m/s, garis sambung $V_0= 10$ m/s)



Gambar 10. Perubahan posisi sepeda untuk kasus sudut kemudi $\beta = 5^\circ$ (biru $V_0=10$ m/s, merah $V_0=10$ m/s) dan pengaruh besar sudut kemudi terhadap lintasan



Gambar 11. Respon sudut lean untuk kasus sudut kemudi $\beta = 5^\circ$ (atas $V_0=10$ m/s, bawah $V_0=10$ m/s)



Gambar 12. Respon torsi pada batang kemudi untuk kasus sudut kemudi $\beta = 5^\circ$ (atas $V_0=10$ m/s, bawah $V_0=10$ m/s)

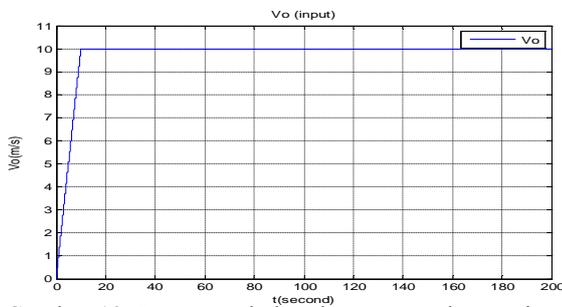
Beberapa hal penting yang dapat dilihat dari hasil yang



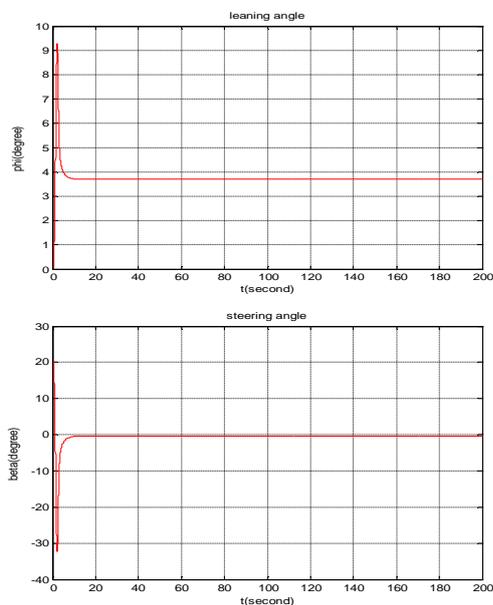
terlihat pada Gambar 9 – 12 adalah:

- Pada kasus sudut kemudi konstan, maka akan terbentuk lintasan berupa lingkaran yang jari-jarinya tidak terpengaruh oleh besar kecepatan, tetapi pada besar sudut kemudi.
- Kecepatan yang bertambah akan mengurangi besar /amplituda respon sudut *lean*, tetapi frekuensinya bertambah.
- Kecepatan yang bertambah membuat respon torsi pada batang kemudi frekuensi perlangannya bertambah dan pola kesimetrisannya berubah (perbedaan antara torsi + dan -). Hal ini diduga terkait dengan arah *leaning* atau arah belok yang diinputkan pada batang kemudi.

Pada kasus yang lain ditinjau respon sistem jika input kemudi yang diberikan adalah berupa torsi pada batang kemudi.



Gambar 13. Input perubahan kecepatan, dengan input lain berupa torsi kemudi konstan sebesar $T = 20 \text{ Nm}$

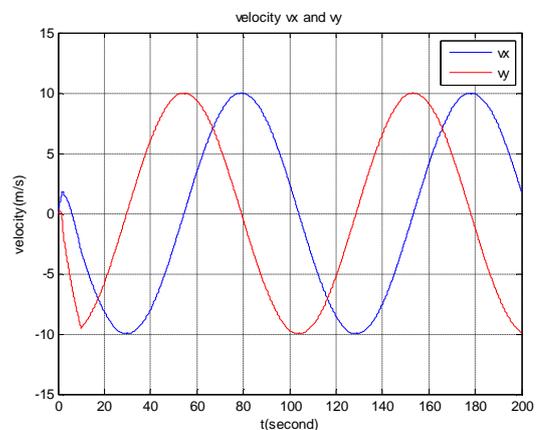


Gambar 14. Respon sudut *leaning* (atas) dan sudut *steering* (bawah) untuk kasus input torsi kemudi konstan $T=20\text{Nm}$ dan input kecepatan seperti pada Gambar 12

Pada kasus di atas terlihat bahwa sudut kemudi menjadi 'hasil' dari diterapkan suatu torsi kemudi tertentu. Hal

ini menunjukkan adanya hubungan dinamik antara torsi kemudi dengan sudut kemudi, yang dipengaruhi oleh dinamika *fork* dan juga dinamika sikap kerangka utama sepeda (sudut *leaning*), yang ditunjukkan antara lain oleh persamaan (4) dan (5).

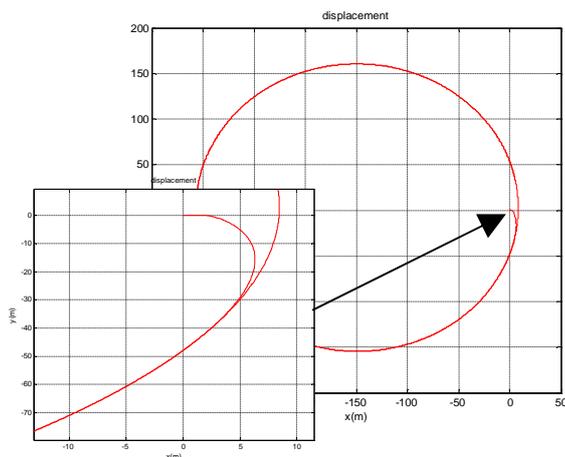
Selanjutnya respon sudut kemudi akan mempengaruhi respon vektor kecepatan dan perubahan posisi sepeda, sebagaimana direpresentasikan oleh hubungan kinematika yang diterangkan pada Bagian 3. Perubahan vektor kecepatan sepeda (relatif terhadap koordinat ruang inersia) dapat dilihat pada Gambar 15. Terlihat bahwa akibat respon sudut kemudi dengan torsi konstan, maka vektor kecepatan (V_x dan V_y) akan berubah secara drastis pada kurun waktu 25 detik pertama sebagai akibat perubahan profil kecepatan (Gambar 13), dan selanjutnya perubahannya akan terjadi secara periodik (sinusoidal) saat kecepatan menjadi konstan, dan respon sudut kemudi (terhadap input torsi) telah mencapai nilai stasionernya. Sebagai akibatnya, bentuk respon vektor kecepatan tersebut akan menghasilkan perpindahan posisi sepeda sebagaimana terlihat pada Gambar 16. Dapat diamati bahwa saat sudut kemudi belum mencapai harga stasionernya, maka lintasan gerak sepeda akan berupa kurva kontinu dengan kelengkungan yang berubah. Saat sudut kemudi telah mencapai nilai stasioner, dan vektor kecepatan telah mencapai kondisi perubahan yang periodik, maka sepeda akan bergerak pada suatu lintasan berupa lingkaran.



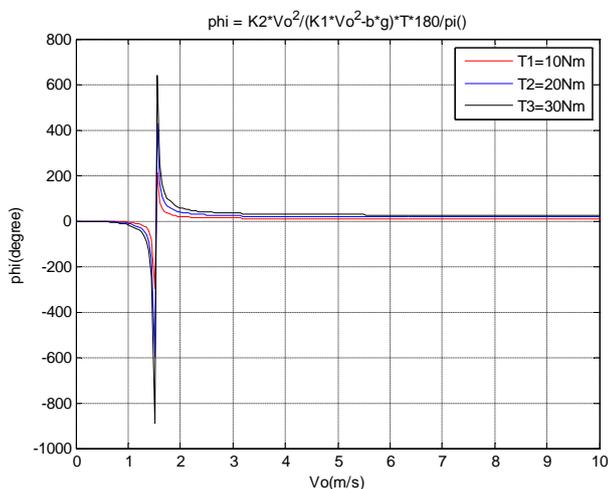
Gambar 15. Respon komponen kecepatan pada ruang inersia akibat perubahan input kecepatan dan respon dinamik sudut kemudi

Pada Gambar 17 dapat dilihat hubungan sudut *leaning* dengan kecepatan gerak sepeda, untuk beberapa harga torsi kemudi yang konstan. Harga kecepatan di mana terjadi sudut *leaning* yang sangat besar berkorespondensi dengan kecepatan batas kestabilan ($V_{critical}$) sepeda yang dikaji.





Gambar 16. Respon perubahan posisi (lintasan gerak) sepeda pada ruang inersia akibat perubahan input kecepatan dan respon dinamik sudut kemudi



Gambar 17. Hubungan besar sudut leaning (phi) dengan kecepatan untuk torsi kemudi konstan

6. Kesimpulan dan Saran

Dari hasil simulasi yang telah dilakukan terlihat bahwa model analitik yang telah dibangun dan disimulasikan secara numerik dapat merekonstruksi dinamika utama sepeda yang dipengaruhi oleh kerangka utama (main frame) dan komponen garpu (*fork*) sepeda. Model yang dibangun didasarkan pada hubungan kinematik variabel gerak sepeda dan hubungan dinamik sepeda pada bidang lateral (*leaning/tilting dynamics*). Respon yang diperoleh dari simulasi menunjukkan kesetaraan secara kualitatif dengan respon sepeda sesungguhnya. Beberapa fenomena menarik dapat diamati dari model matematik yang telah dibangun, antara lain terkait dengan hubungan antara dinamika fork dengan dinamika kerangka utama, di mana terjadi interaksi anatar keduanya. Interaksi ini memberikan ruang pilihan untuk menggunakan sudut batang kendali atau torsi kendali sebagai input pengendalian arah gerak

sepeda, tentunya dengan memperhatikan keterkaitan antara torsi kendali dengan dinamika sudut kendali dan sudut *leaning*.

Pada pengembangan lebih lanjut model yang telah dibangun akan disempurnakan dengan melibatkan sistem suspensi, kekakuan ban, dan dinamika mesin penggerak. Pelibatan unsur-unsur tersebut akan menambah kekompleksan dinamika sistem yang telah dibangun, antara lain akan membangkitkan dinamika baru (derajat kebebasan baru) seperti gerak pada bidang longitudinal, ataupun menambah faktor yang mempengaruhi dinamika yang saat ini sudah dimodelkan (menambah faktor yang mempengaruhi dinamika pada bidang lateral/*leaning*). Dengan melibatkan unsur-unsur tersebut di atas, diharapkan suatu model dinamik sepeda motor yang lebih realistis akan dapat diperoleh.

Referensi

- [1] Astrom, K.J., Bicycle Dynamics and Control, lecture notes, Department of Automatic Control, Lund University, 2005
- [2] Collins, R.N., A Mathematical Analysis of The Stability of Two Wheeled Vehicles, PhD thesis, University of Wisconsin, 1963
- [3] Hand, R.S., Comparisons and Stability Analysis of Linearized Equations of Motion for a Basic Bicycle Model, MSc thesis, Cornell University, 1988
- [4] Olsen, J., Papadopoulos, J., Bicycle Dynamics: The Meaning Behind The Math, Bike Tech Newsletter, December 1988
- [5] Papadopoulos, J.M., Bicycle Steering Dynamics and Self-stability: A Summary Reports on Work in Progress, Cornell Bicycle Research Project, 1987
- [6] Routh, G.R.R., On The Motion of Bicycle, the Messenger of Mathematics, Vol. 28, May 1898 – April 1899
- [7] Whipple, F.J.W., The Stability of The Motion of a Bicycle, The Quarterly Journal of pure and Applied Mathematics, Vol.30, Longman-Green & Co., 1899
- [8] The mathworks, *Matlab User Guide*
- [9] The mathworks, *SIMULINK User Guide*
- [10] <http://en.wikipedia.org/wiki/Motorcycle>
- [11] Cossalter Vittore, et.al, A Motorcycle Riding Simulator For The Improvement of The Rider Safety, Technical paper, Department of Innovation in Mechanics and Management–University of Padova, Italy, 2008
- [12] Pengembangan Simulator Sepeda Motor : Laporan Perkembangan Penelitian Tengah Tahun, Tim Riset Simulator Sepeda Motor, FTMD ITB, Agustus 2010.

