

Analisis Flutter Bilah Rotor Helikopter Dengan Pendekatan Aerodinamika Quasi-Steady dan Unsteady Pada Kondisi Terbang Maju

Ismoyo Haryanto¹, Achmad Widodo, Rusnaldy, Toni Prahasto

Multidisciplinary Analysis and Design Optimization Center (MADOC)
Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro
Jl. Prof. Sudharto, SH, Tembalang – Semarang

¹e-mail: ismoyo2001@yahoo.de

Abstrak

Interaksi yang terjadi antara gaya elastisitas, gaya inersia dan gaya aerodinamika pada wahana terbang pada kecepatan udara tertentu akan menimbulkan masalah stabilitas aeroelastisitas yang memunculkan fenomena getaran tereksitasi diri (*self-excited vibration*) yang dikenal dengan istilah *flutter*. Pemunculan flutter ini bersifat katastropis sehingga membatasi daerah pengoperasian wahana tersebut. Pada tulisan ini akan dibahas analisis flutter bilah rotor helikopter. Guna penyederhanaan masalah, bilah yang ditinjau dianggap sebagai balok seragam. Adapun persamaan gerak sistem ditentukan berdasarkan persamaan Lagrange sedangkan frekuensi natural dan modus getar bilah ditentukan dengan metoda Rayleigh yang disesuaikan untuk kasus batang berputar. Guna memodelkan kuantitas gaya dan momen aerodinamika digunakan dua pendekatan yang berbeda, yaitu *quasi-steady* dan pendekatan aerodinamika tak tunak (*unsteady*) dengan formulasi Theodorsen. Untuk menggambarkan gaya dan momen aerodinamika di seluruh permukaan bilah kedua pendekatan aerodinamika tersebut dikombinasikan dengan teori strip. Dengan pendekatan aerodinamika quasi-steady, analisis dilakukan dengan menghitung nilai eigen kompleks matriks dinamik sistem dengan variasi kecepatan udara. Untuk setiap kecepatan udara bagian riil nilai eigen menunjukkan redaman sedangkan bagian imajiner menyatakan frekuensi sistem. Sedangkan untuk pendekatan aerodinamika dengan formulasi Theodorsen, analisis flutter dilakukan dengan menggunakan metoda *k*. Untuk kedua analisis ini kecepatan flutter diindikasikan dengan kecepatan udara dimana redaman aerodinamikanya berharga nol. Dibanding dengan kecepatan flutter yang diperoleh dengan pendekatan aerodinamika formulasi Theodorsen, kecepatan flutter dengan pendekatan aerodinamika quasi-steady memberikan hasil yang lebih tinggi. Hasil yang diperoleh juga menunjukkan bahwa dengan pendekatan aerodinamika formulasi Theodorsen kecepatan flutter lebih sensitif terhadap perubahan lokasi titik pusat massa dibanding dengan pendekatan aerodinamika dengan pendekatan quasi-steady. Meski demikian pendekatan aerodinamika quasi-steady jauh lebih sederhana dan memungkinkan untuk dilakukan analisis dalam domain waktu sehingga akan lebih mudah jika akan dilibatkan aspek-aspek pengendalian (aeroservoelastisitas).

Keywords: aeroelastisitas, aerodinamika, bilah rotor, flutter, helikopter

1 Pendahuluan

Flutter adalah fenomena stabilitas aeroelastik yang membatasi pada setiap perancangan struktur pesawat udara. Flutter terjadi sebagai akibat interaksi antara gaya inersia, gaya elastis dan gaya aerodinamika tak tunak dimana pada kecepatan udara tertentu aliran udara tidak mampu lagi memberikan redaman akan tetapi justru memberikan energi pada sistem sehingga sistem mengalami getaran tereksitasi diri [1][2][3]. Kemunculan flutter ini tidak saja mereduksi kenyamanan wahana terbang akan tetapi juga bersifat katastropis sehingga kemunculannya mutlak harus dihindari selama pengoperasian wahana tersebut.

Helikopter, sebagai salah satu wahana terbang,

dalam perancangannya juga membutuhkan analisis flutter. Hanya saja karena pada helikopter gaya angkat yang muncul dibangkitkan oleh perputaran bilah rotor maka kaji aeroelastik ditujukan untuk menjamin bilah rotor helikopter tersebut tidak mengalami flutter dalam pengoperasiannya. Dalam empat dekade belakangan ini bidang kajian aeroelastik helikopter ini telah mengalami perkembangan yang pesat yang diuraikan secara rinci pada pustaka [4][5].

Dibanding dengan analisis aeroelastik pada pesawat dengan sayap tetap (*fixed-wing aircraft*), analisis aeroelastik pada helikopter ini lebih rumit karena adanya *wake* (jejak aliran) yang terjadi akibat perputaran bilah rotor. Pengaruh pemunculan jejak aliran ini terhadap kuantitas beban aerodinamika tak

tunak pada rotor helikopter diuraikan pada [6]. Sedangkan pembahasan mengenai analisis aeroelastik bilah rotor helikopter yang melibatkan pengaruh jejak aliran ini secara rinci dibahas pada [7].

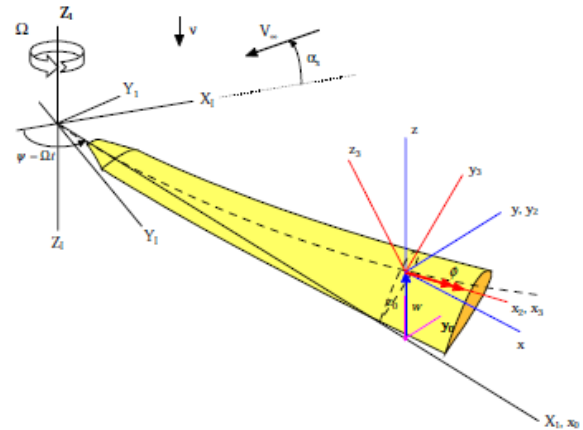
Pada tulisan ini analisis flutter bilah rotor helikopter dibahas lebih lanjut. Untuk menyederhanakan masalah, pada tulisan ini hanya ditinjau rotor isotropis dan seragam. Sedangkan kuantitas gaya dan momen aerodinamiknya dimodelkan sebagai aliran tak viskos dan tak kompresibel serta diformulasikan dengan dua pendekatan, yaitu pendekatan quasi-steady dan pendekatan dengan formulasi Theodorsen dengan mengabaikan aspek jejak aliran.

2 Formulasi Masalah

Pada helikopter gaya angkat yang terjadi semata-mata dibangkitkan oleh bilah rotor yang berputar. Sebagaimana struktur elastis pada umumnya, bilah rotor helikopter juga akan mengalami defleksi manakala dikenai gaya atau momen. Pada kondisi riilnya gaya dan momen yang bekerja pada bilah rotor ini adalah gaya dan momen aerodinamika. Di sisi lain kuantitas gaya dan momen aerodinamika ini di samping tergantung pada kecepatan aliran bebasnya juga sangat dipengaruhi baik oleh perpindahan translasional maupun perpindahan rotasional struktur. Sebaliknya, perubahan gaya dan momen aerodinamika yang terjadi juga akan mengakibatkan perubahan pada perpindahan translasional maupun perpindahan rotasional struktur. Jika kecepatan aliran masih cukup rendah, redaman aerodinamika yang dibangkitkan masih mampu meredam efek timbal balik antara gaya dan momen aerodinamika dengan perpindahan struktur ini sehingga sistem dinamikanya masih stabil. Untuk kecepatan aliran yang cukup tinggi redaman yang terjadi mengecil dan justru untuk kecepatan aliran tertentu berharga nol sehingga kondisi ini merupakan batas stabilitas struktur. Jika kecepatan dinaikkan hingga melampaui batas stabilitas redaman aerodinamika yang muncul sudah tidak mampu lagi mengabsorpsi energi akan tetapi justru sebaliknya akan menambah energi pada sistem sehingga defleksi struktur semakin membesar dan sistem menjadi tidak stabil. Kondisi pada batas stabilitas ini yang disebut dengan flutter. Sedangkan kecepatan aliran udara dimana terjadi flutter merupakan kecepatan flutter.

Tujuan utama tulisan ini adalah membahas penentuan kecepatan flutter struktur bilah rotor helikopter serta pengaruhnya terhadap pemodelan aerodinamika yang digunakan. Untuk penyederhanaan masalah struktur bilah yang ditinjau dimodelkan mempunyai penampang yang sama sepanjang bentangnya sehingga dapat dipandang sebagai balok seragam. Adapun sistem koordinat bilah rotor yang digunakan dalam analisis flutter pada tulisan ini ditunjukkan pada Gambar 1. Pada gambar tersebut

juga ditunjukkan defleksi struktur bilah yang terjadi.



Gambar 1 Sistem koordinat bilah rotor dan defleksinya

3 Dinamika Struktur

Dengan menganggap bahwa kekakuan dan distribusi massa seragam sepanjang bilah rotor maka frekuensi natural dan bentuk modus bilah dapat dihitung secara eksak. Mula-mula karakteristik dinamik dihitung dengan menganggap bilah rotor tidak berputar. Selanjutnya karakteristik dinamik batang berputarnya ditentukan dengan memberikan koreksi dengan koefisien Southwell serta efek kecepatan putar rotor. Sekalipun bentuk modus untuk batang diam dan batang berputar juga mengalami perubahan akan tetapi karena perubahan tersebut tidak begitu signifikan seperti ditunjukkan pada pustaka [8] maka bentuk modus yang digunakan guna analisis aeroelastik pada tulisan ini adalah bentuk modus bilah rotor dalam kondisi diam.

Dengan model batang jepit-bebas maka frekuensi natural modus lentur bilah rotor untuk modus ke- n dalam kondisi diam dinyatakan dengan

$$\omega_{nb} = (\beta_n L)^2 \sqrt{\frac{EI_{xx}}{\mu R^4}} \quad (1)$$

Dimana E menyatakan modulus elastisitas material, I_{xx} momen inersia luas penampang bilah, μ adalah massa per satuan panjang bilah dan R adalah panjang bentang bilah sedang $\beta_n L$ adalah konstanta bentuk modus yang untuk tiga modus pertama berharga sebagai berikut

$$\beta_1 L = 1.875104; \beta_2 L = 4.694091; \beta_3 L = 7.854757$$

Adapun untuk kondisi bilah yang memutar frekuensi natural modus lenturnya dinyatakan dengan [8]

$$\omega_{Rbn}^2 = \omega_{nb}^2 + (K_{0n} + K_{1n} e) \Omega^2 \quad (2)$$

Dengan e menyatakan offset bilah rotor dan Ω menyatakan kecepatan putar angular bilah. Adapun K_{0n} dan K_{1n} masing-masing menyatakan koefisien

zero-offset Southwell dan faktor koreksi offset untuk koefisien Southwell. Selanjutnya bentuk modulus untuk modulus lentur batang f_n dinyatakan dengan

$$f_n(x) = C_n (\sin(\beta_n x) - \sinh(\beta_n x) - \alpha_n (\cos(\beta_n x) - \cosh(\beta_n x))) \tag{3}$$

dimana x menyatakan jarak elemen bilah rotor yang ditinjau terhadap tumpuan sedangkan C_n konstanta yang dinyatakan dengan pers. (4) berikut

$$C_n = \frac{\sin(\beta_n L) + \sinh(\beta_n L)}{\cos(\beta_n L) - \cosh(\beta_n L)} \tag{4}$$

Masalah berikutnya adalah menentukan frekuensi natural dan bentuk modulus bilah dalam kasus torsional. Untuk kasus ini, Den Hartog [9] mempresentasikan solusi yang lebih sederhana. Dengan menganggap kekakuan sepanjang beam konstan maka frekuensi natural torsional bilah modulus ke- n dalam kondisi diam dinyatakan dengan

$$\omega_{nt} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \pi \sqrt{\frac{GJ}{I_\alpha R^2}} \tag{5}$$

dimana ω_{nt} adalah frekuensi natural torsional bilah dalam kondisi diam, G adalah modulus geser dan I_α menyatakan momen inersia polar. Pada pers. (5) GJ dikenal dengan istilah kekakuan torsional. Sedangkan dalam kondisi berputar frekuensi natural modulus puntirnya dinyatakan dengan [8]

$$\omega_{Rt_n}^2 = \omega_{nt}^2 + \Omega^2 \tag{6}$$

dan bentuk modulus puntirnya diekspresikan sebagai

$$F_n = \sin\left[\left(n - \frac{1}{2}\right) \pi r / R\right] \tag{7}$$

Dalam penelitian ini akan digunakan lima modulus, yaitu tiga modulus lentur pertama dan dua modulus puntir pertama.

4 Gaya dan Momen Aerodinamika

Pada kasus dimana struktur mengalami gerak *heaving* dan *pitching* (angguk) gaya dan momen aerodinamika total yang terjadi merupakan superposisi gaya dan momen aerodinamika yang diakibatkan oleh jenis kedua gerakan tersebut. Untuk kasus aliran subsonik, tak viskos, tak rotasional dan tak kompresibel kuantitas gaya dan momen aerodinamika tak tunak dapat ditentukan dengan formulasi Theodorsen. Formulasi Theodorsen ini sesungguhnya hanya berlaku untuk kasus 2-D sedangkan untuk memperoleh besaran gaya dan momen di seluruh bentang bilah dapat dihitung dengan teori strip. Dengan formulasi Theodorsen

gaya dan momen aerodinamikanya diformulasikan dengan pers. (8) berikut:

$$L = -\pi \rho b^3 \omega^2 \left\{ L_h \frac{h}{b} + \left[L_\alpha - \left(\frac{1}{2} + a\right) L_h \right] \alpha \right\} \tag{8}$$

$$M = -\pi \rho b^4 \omega^2 \left\{ \left[M_h - \left(\frac{1}{2} + a\right) L_\alpha \right] \frac{h}{b} + \left[M_\alpha - \left(\frac{1}{2} + a\right) (L_\alpha + M_h) + \left(\frac{1}{2} + a\right)^2 L_\alpha \right] \alpha \right\}$$

Pada pers. (8) L dan M masing-masing menyatakan gaya angkat dan momen aerodinamik, ρ adalah densitas udara, b menyatakan setengah panjang chord, a adalah jarak antara sumbu elastik terhadap titik tengah chord dalam b (lihat Gambar 3), h dan α masing-masing menyatakan koordinat gerak heaving dan gerak pitching. Adapun L_h dan M_h masing-masing menyatakan koefisien gaya angkat dan koefisien momen aerodinamika akibat gerakan heaving, sedangkan L_α dan M_α masing-masing menyatakan koefisien gaya angkat dan koefisien momen aerodinamika akibat gerakan pitching dan diformulasikan sebagai berikut

$$\begin{aligned} L_h &= 1 - \frac{2i}{k} C(k) \\ L_\alpha &= \frac{1}{2} - \frac{2i}{k} \left[\frac{1}{2} + \left(1 - \frac{i}{k}\right) C(k) \right] \\ M_h &= \frac{1}{2} \\ M_\alpha &= \frac{3}{8} - \frac{i}{k} \end{aligned} \tag{9}$$

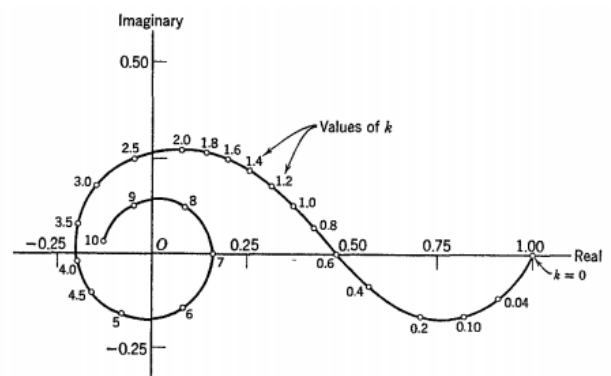
dimana k adalah frekuensi tereduksi dan diformulasikan dalam bentuk

$$k = \frac{b\omega}{V} \tag{10}$$

Dimana $C(k)$ merupakan formulasi Theodorsen dan dinyatakan dengan

$$C(k) = F(k) + iG(k) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)} \tag{11}$$

dengan $H_n^{(2)}(k)$ merupakan fungsi hankel jenis kedua orde ke- n . Relasi antara bagian riil dan imajiner fungsi Theodorsen untuk beberapa nilai frekuensi tereduksi ditunjukkan oleh Gambar 2.



Gambar 2 Diagram $C(k)$ untuk beberapa harga k

Bila pendekatan untuk perhitungan gaya aerodinamika merupakan pendekatan *quasi-steady*, maka gaya dan momen aerodinamika tak tunaknya dinyatakan dengan

$$L = \frac{1}{2} \rho U^2 c C_{l\alpha} \left(\frac{\dot{h}}{U} + \alpha \right) \quad (12)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho U^2 e c^2 C_{l\alpha} \left(\frac{\dot{h}}{U} + \alpha \right) \quad (13)$$

Tampak pada pers. (12) dan (13) bahwa untuk kasus *quasi-steady* kuantitas gaya dan momen aerodinamika tidak lagi menjadi fungsi frekuensi melainkan merupakan fungsi waktu. Pada pers. (12) dan (13) $C_{l\alpha}$ merupakan derivasi perubahan koefisien gaya angkat terhadap perubahan sudut serang yang biasanya berharga $C_{l\alpha} = 2\pi$.

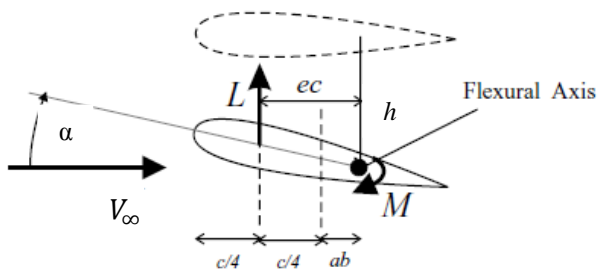
5 Persamaan Gerak Flutter

Penurunan persamaan gerak flutter bilah rotor helikopter serupa dengan penurunan persamaan gerak flutter untuk sayap tetap (*fixed-wing*) dengan menerapkan persamaan Lagrange. Pada tulisan ini kuantitas gaya dan momen aerodinamiknya dimodelkan sebagai kasus aliran tak kompresibel 2-dimensi yang dikombinasikan dengan teori strip. Akan tetapi untuk kasus bilah rotor kecepatan aliran udara di setiap titik pada bilah sepanjang bentangnya bervariasi sebanding dengan kecepatan putar Ω dan jarak dari tumpuan r yang disuperposisikan dengan kecepatan aliran tak terganggu V_∞ dan dinyatakan dengan

$$U = V_\infty + \Omega r \quad (14)$$

Dengan menganggap bahwa setiap elemen bilah rotor helikopter mempunyai 2 derajat kebebasan, yaitu heaving dan pitching seperti diilustrasikan pada Gambar 3, maka persamaan gerak sistem setiap elemen dapat dinyatakan dengan

$$\begin{aligned} m\ddot{h} + S_\alpha \ddot{\alpha} + K_h \dot{h} &= L \\ S_\alpha \ddot{h} + I_\alpha \ddot{\alpha} + K_\alpha \alpha &= M \end{aligned} \quad (14)$$



Gambar 3 Skema diagram potongan bilah rotor

Pada pers. (14) m menyatakan massa, $S_\alpha = mab$ adalah momen statis, I_α menyatakan momen inersia

massa polar, sedangkan K_h dan K_α masing-masing menyatakan kekakuan linier dan kekakuan torsional bilah. Dalam bentuk matriks pers. (14) di atas dapat ditulis menjadi

$$[M_s] \{\ddot{u}\} + [K_s] \{u\} + q[Q_s] \{u\} = 0 \quad (15)$$

Dengan matriks massa, matriks kekakuan dan matriks kuantitas gaya dan momen aerodinamika masing-masing adalah

$$[M_s] = \begin{bmatrix} m & S_\alpha \\ S_\alpha & I_\alpha \end{bmatrix}, [K_s] = \begin{bmatrix} K_h & 0 \\ 0 & K_\alpha \end{bmatrix}, [Q_s] = \begin{bmatrix} L_h & L_\alpha \\ M_h & M_\alpha \end{bmatrix} \quad (16)$$

Dengan vektor posisinya dinyatakan dengan

$$\{u\} = \begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (17)$$

Persamaan gerak untuk seluruh bentang bilah rotor dapat diturunkan dengan menyatakan perpindahan lentur dan perpindahan rotasional bilah masing-masing sebagai kombinasi linier antara koordinat rampat dan bentuk modulus yang dinyatakan sebagai berikut

$$h(x, t) = \sum_{r=1}^n h_r(t) [f_r(x)]^2 \quad (18)$$

$$\alpha(x, t) = \sum_{s=1}^m \alpha_s(t) [F_s(x)]^2 \quad (19)$$

Dimana $h_r(t)$ dan $\alpha_s(t)$ masing-masing menyatakan koordinat rampat untuk gerak heaving dan gerak pitching masing-masing pada modulus ke r dan modulus ke s . Pada pers. (18) dan (19) n menyatakan jumlah modulus lentur pertama sedang m adalah jumlah modulus puntir pertama yang dilibatkan dalam analisis. Selanjutnya elemen-elemen matriks massa, matriks kekakuan dan matriks gaya dan momen aerodinamika tak tunak pada pers. (16) untuk seluruh bentang bilah dinyatakan dengan

$$M_{rr} = \int_0^R \mu(x) [f_r(x)]^2 dx \quad (20)$$

$$I_{ss} = \int_0^R I_\alpha(x) [F_s(x)]^2 dx \quad (21)$$

$$S_{\alpha rs} = \int_0^R S_\alpha(x) f_r(x) F_s(x) dx \quad (22)$$

Dengan mengingat bahwa bentuk modulus bersifat ortogonal maka kekakuan rampat bilah rotor untuk modulus translasi dan modulus rotasional masing-masing dapat dinyatakan sebagai

$$K_{h_{rr}} = M_{rr} \omega_{Rb}^2 \quad (23)$$

$$K_{\alpha_{ss}} = I_{\alpha_{ss}} \omega_{Rt}^2 \quad (24)$$

Sedangkan gaya dan momen aerodinamik bentuk rampatnya Q_s untuk model aerodinamika tak tunak dengan formulasi Theodorsen serta metoda analisis flutternya secara rinci dapat dilihat pada pustaka [8].

Jika model aerodinamika *quasi-steady* yang digunakan maka persamaan geraknya dapat dinyatakan

dengan

$$[M_s]\{\ddot{u}\} - [B_s]\{\dot{u}\} + ([K_s] - q[A_s])\{u\} = 0 \quad (25)$$

Dimana B_s dan A_s pada pers. (25) masing-masing menyatakan redaman aerodinamika dan kekakuan aerodinamika yang dinyatakan dengan

Untuk $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$

$$B_{s_{ij}} = \frac{1}{2} \rho U c C_{l_\alpha} \int_0^R f_r(x) f_s(x) dx \quad (26)$$

Untuk $i = n + 1, n + 2, \dots, n + m$ dan $j = 1, 2, \dots, m$

$$B_{s_{ij}} = \frac{1}{2} \rho U e c^2 C_{l_\alpha} \int_0^R f_r(x) F_s(x) dx \quad (27)$$

Untuk $i = 1, 2, 3, \dots, n$ dan $j = n + 1, n + 2, \dots, n + m$

$$A_{s_{ij}} = \frac{1}{2} \rho U c C_{l_\alpha} \int_0^R f_r(x) F_s(x) dx \quad (28)$$

Untuk $i, j = n + 1, n + 2, \dots, n + m$

$$A_{s_{ij}} = \frac{1}{2} \rho U e c^2 C_{l_\alpha} \int_0^R F_r(x) F_s(x) dx \quad (29)$$

Pers. (25) selanjutnya dapat disusun kembali menjadi

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \ddot{u} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[M_s]^{-1}([K_s] - q[A_s]) & [M_s]^{-1}[B_s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \dot{u} \end{Bmatrix} \quad (30)$$

Dengan notasi lain pers. (30) dapat dituliskan dalam bentuk

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A} \bar{x} \quad (31)$$

Dimana $\{\bar{u}\} = [u \ \dot{u}]^T$ adalah vektor keadaan (*state vector*) dan \bar{A} merupakan matriks dinamik sistem yang dinyatakan dengan

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -[M_s]^{-1}([K_s] - q[A_s]) & [M_s]^{-1}[B_s] \end{bmatrix} \quad (32)$$

Analisis flutter dilakukan dengan menghitung nilai eigen pers. (31) sebagai berikut

$$|sI - \bar{A}| = 0 \quad (33)$$

Determinan pada pers. (33) dihitung untuk beberapa kecepatan aliran U . Bagian riil dan bagian imajiner nilai eigen masing-masing menyatakan redaman dan frekuensi. Kemunculan flutter diindikasikan dengan kecepatan udara yang memberikan redaman sistem berharga nol.

6 Prosedur Analisis

Langkah pertama yang harus dilakukan dalam analisis stabilitas flutter adalah pemodelan struktur. Tahap ini dimaksudkan untuk menentukan karakteristik massa dan kekakuan struktur. Berdasarkan model struktur yang dibangun selanjutnya dilakukan analisis getaran bebas untuk menentukan frekuensi natural dan bentuk modus sistem. Berdasarkan bentuk modus yang diperoleh

selanjutnya digunakan untuk menentukan massa rampat sistem berdasarkan pers. (20) – (22) dan kekakuan rampat dengan menggunakan pers. (23) dan (24). Selanjutnya menentukan kecepatan aliran tak terganggu V_∞ dan kecepatan putar rotor Ω sehingga kecepatan aliran tiap lokasi yang berjarak r dari sumbu putar, U dapat dihitung dengan pers. (14). Berdasarkan kecepatan U ini kuantitas gaya dan momen aerodinamik rampatnya dihitung dengan pers. (26) – (29). Dari hasil yang diperoleh maka dapat disusun matriks dinamik sistem \bar{A} pada pers. (31) dengan menggunakan pers. (30). Langkah selanjutnya adalah menghitung nilai eigen \bar{A} untuk kecepatan aliran U sehingga diperoleh nilai eigen kompleks dimana bagian riilnya menyatakan redaman dan bagian imajiner menyatakan frekuensi. Prosedur analisis diulang dengan memvariasikan V_∞ . Diagram $V - g$ dan $V - f$ keduanya dapat dilukiskan dengan menggambarkan plot bagian riil nilai eigen vs. V_∞ dan bagian imajiner nilai eigen vs. V_∞ dimana V_∞ sebagai absis. Kecepatan V_∞ dimana kurva $V - g$ memotong absis merupakan kecepatan flutter bilah rotor helikopter yang dimaksud.

7 Kaji Kasus

Sebagai kaji kasus digunakan bilah rotor helikopter Sikorsky UH-60 seperti yang digunakan pada pustaka [8] dengan data-data seperti ditunjukkan pada Tabel 1. Pada kaji kasus ini bilah rotor yang ditinjau dimodelkan sebagai balok seragam dengan sumbu elastik dianggap konstan sepanjang bentang bilah pada lokasi 0.25 panjang chord. Dalam analisis, bilah dibagi menjadi 100 elemen yang tiap-tiap elemen dianggap mempunyai dua derajat kebebasan yaitu heaving dan pitching sehingga total untuk seluruh bentang rotor mempunyai 200 derajat kebebasan. Sebagai kondisi batas, bilah dimodelkan sebagai balok jepit-bebas. Tabel 2 menunjukkan harga-harga K_{0n} dan K_{1n} yang digunakan dalam kaji kasus ini. Hasil analisis getaran bebas memberikan frekuensi natural seperti ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 2 Harga-harga K_0 dan K_1

n	K_0	K_1
1	6.38	9.18
2	17.63	26.02
3	35.05	52.20

Tabel 3 Frekuensi natural bilah rotor dalam rad/s

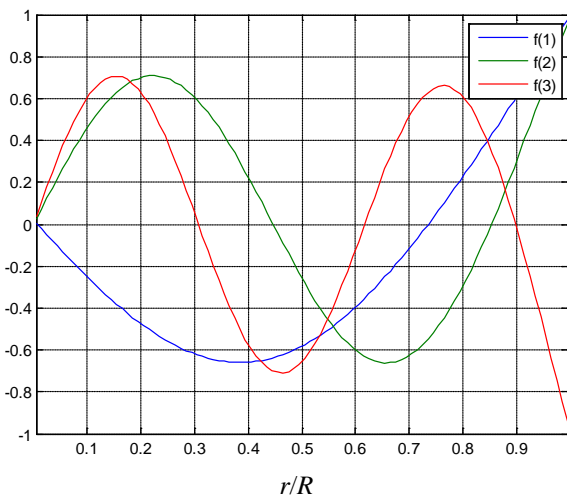
Modus ke	Bending		Torsi	
	Diam	Memutar	Diam	Memutar
1	17.519	72.748	125.977	128.842
2	56.773	130.471	377.930	378.895
3	118.453	203.672	629.884	630.463

Tabel1 Spesifikasi bilah UH-60

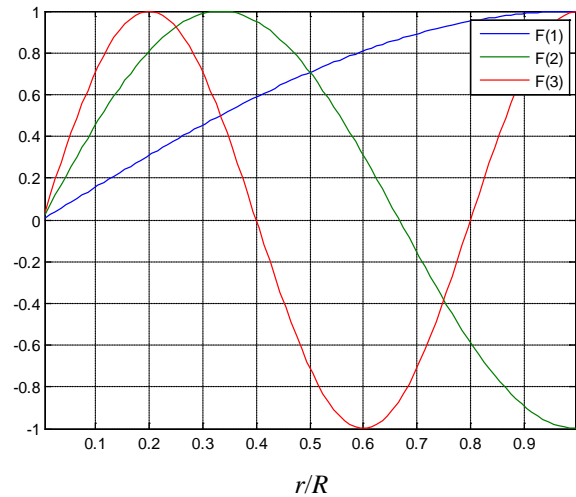
Parameter	Harga	Satuan
e	0.381	m
R	8.179	m
c	0.527	m
Ω	27.02	rad/s
μ	11.138	kg/m
E	$6.895 \cdot 10^{10}$	N/m^2
EI_{xx}	$6.539 \cdot 10^4$	$N m^2$
EI_{yy}	$2.213 \cdot 10^6$	$N m^2$
I_a	0.165	$kg/m m^2$
GJ	$7.0821 \cdot 10^4$	$N m^2$
a	-0.5	-
b	$c/2$	m

Dari Tabel 3 tampak bahwa frekuensi natural bilah rotor untuk modulus torsi tidak mengalami perubahan yang signifikan antara kondisi diam dan kondisi berputar. Sebaliknya perbedaan frekuensi natural modulus bending untuk kondisi diam dan memutar mengalami perubahan yang cukup signifikan. Oleh karena itu dalam analisis getaran bebas batang berputar, pengaruh putarannya tidak dapat diabaikan. Pada akhirnya kondisi tersebut juga akan berpengaruh terhadap kecepatan flutter bilah.

Bentuk modulus bilah rotor yang diperoleh dari analisis getaran bebas ditunjukkan pada Gambar 4 dan 5 yang masing-masing menunjukkan bentuk modulus bending dan bentuk modulus torsi. Untuk kedua modulus tersebut masing-masing hanya digambarkan tiga bentuk modulus pertamanya saja. Bentuk modulus inilah yang bersama-sama dengan koordinat rampat digunakan untuk menggambarkan perpindahan bilah rotor seperti diformulasikan pada pers. (18) dan (19).



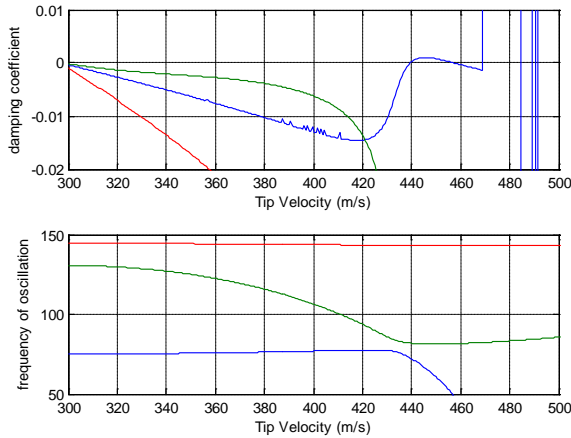
Gambar 4 Bentuk Modus Bending



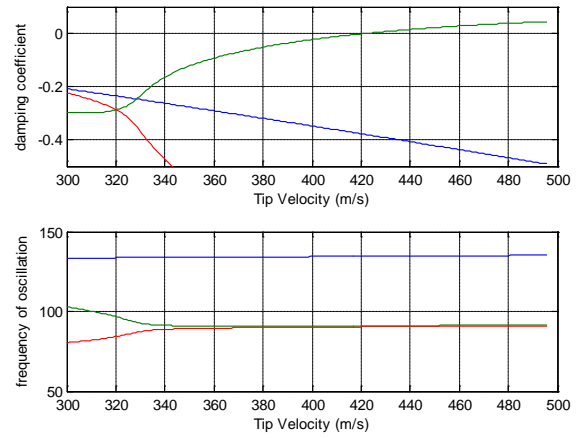
Gambar 5 Bentuk Modus Torsi

Diagram $V - g$ dan $V - f$ bilah rotor helikopter yang dikaji baik untuk model aerodinamika quasi-steady dan model aerodinamika unsteady dengan formulasi Theodorsen untuk CG offset 70%, 72.5% dan 75% chord disajikan pada Gambar 6 sampai Gambar 11. Pada grafik tersebut sebagai absis adalah kecepatan tip yang diformulasikan dengan pers. (14) dengan mengambil $r = R$. Kemunculan flutter diindikasikan oleh diagram $V - g$ saat kurva koefisien redaman memotong absis dan pada saat bersamaan pada diagram $V - f$ menunjukkan terjadi kopel antara dua frekuensi yang saling berdekatan. Kecepatan dimana kedua kondisi tersebut terjadi merupakan kecepatan flutter. Dari gambar yang disajikan tampak bahwa sekalipun kecepatan flutter yang diperoleh dari pemodelan aerodinamika quasi-steady dan pemodelan aerodinamika unsteady dengan formulasi Theodorsen memberikan kisaran harga yang mendekati akan tetapi pengaruh lokasi CG pada analisis flutter dengan model aerodinamika quasi-steady tidak sedramatis pada analisis flutter dengan model aerodinamika unsteady dengan formulasi Theodorsen.

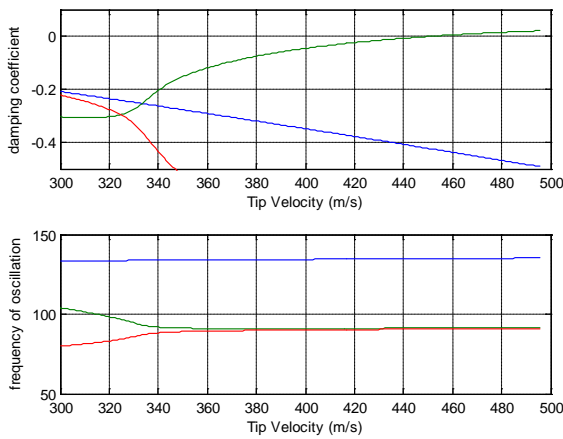
Kecepatan flutter bilah rotor helikopter secara rinci disajikan pada Tabel 4. Dari tabel tersebut tampak bahwa kecepatan flutter akan meningkat jika CG offset-nya makin kecil. Untuk kondisi dimana CG offset-nya berharga nol atau dengan kata lain sumbu elastis bilah berimpit dengan titik pusat gravitasi sistem akan bebas dari flutter. Hal ini disebabkan jika CG offset berharga kecil maka persamaan gerak sistem akan cenderung tak terkopel secara dinamik padahal dari formulasi pada pers. (16) sistem sudah dalam kondisi tak terkopel secara statik, sehingga semakin mengecil CG offset maka persamaan gerak akan semakin tidak terkopel antara heaving dan pitching sebagai akibatnya kecepatan flutter sistem akan meningkat.



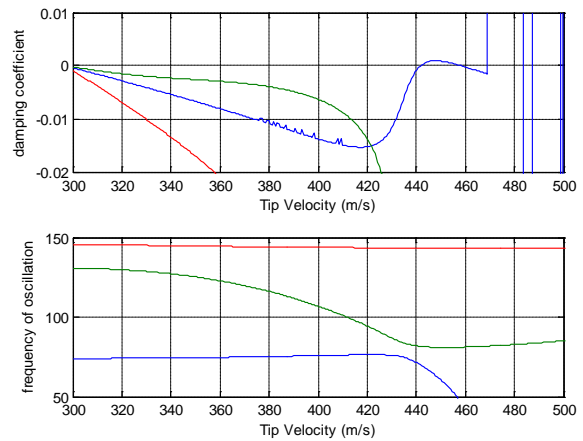
Gambar 6 Diagram flutter model aerodinamika quasi-steady, CG offset 70.0 % chord



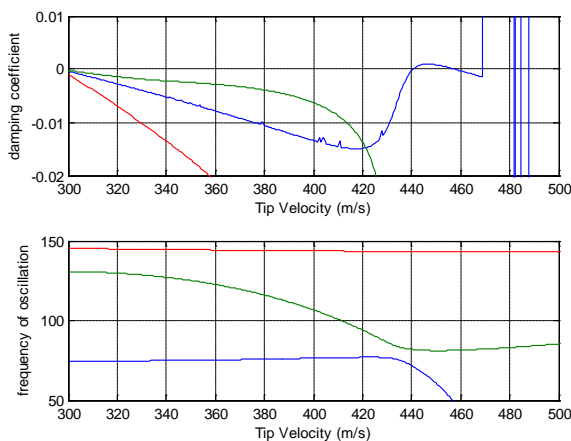
Gambar 9 Diagram flutter model aerodinamika Theodorsen, CG offset 72.5 % chord



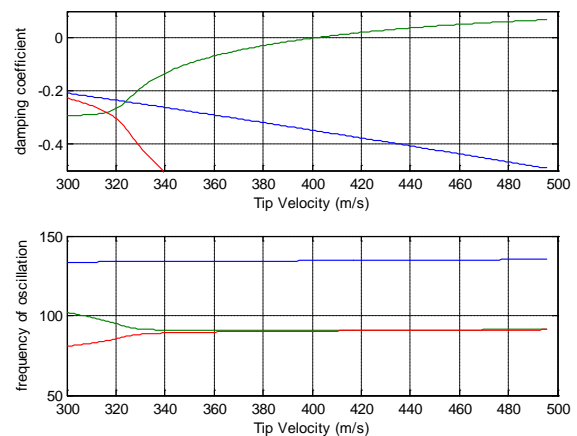
Gambar 9 Diagram flutter model aerodinamika Theodorsen, CG offset 70.0 % chord



Gambar 10 Diagram flutter model aerodinamika quasi-steady, CG offset 75.0 % chord



Gambar 8 Diagram flutter model aerodinamika quasi-steady, CG offset 72.5 % chord



Gambar 11 Diagram flutter model aerodinamika Theodorsen, CG offset 75.0 % chord

Tabel 4 Kecepatan flutter (m/s) terhadap CG offset untuk model aerodinamika yang berbeda

CG offset (% c)	Model Aerodinamika	
	Quasi-steady	Theodorsen
70.0	442	440
72.5	440	415
75.0	439	400

Pada Tabel 4 juga tampak bahwa kecepatan flutter yang diperoleh dengan pemodelan aerodinamika quasi-steady memberikan harga yang sedikit lebih besar dibanding kecepatan flutter yang diperoleh dengan pemodelan aerodinamika dengan formulasi Theodorsen. Kondisi ini disebabkan karena dengan pemodelan aerodinamika quasi-steady koefisien redaman aerodinamika untuk gerak pitching berharga nol sehingga selisih antara frekuensi untuk gerak heaving dan frekuensi untuk gerak pitching semakin besar. Hal ini berbeda dengan pemodelan aerodinamika tak tunak dengan formulasi Theodorsen dimana baik koefisien redaman aerodinamika untuk gerak heaving dan gerak pitching tidak berharga nol. Akibatnya pemodelan dengan aerodinamika quasi-steady memberikan kecepatan flutter yang lebih besar dibanding kecepatan flutter yang diperoleh dengan model aerodinamika tak tunak dengan fungsi Theodorsen.

8 Kesimpulan

Dari hasil-hasil yang diperoleh tampak bahwa dibanding dengan kecepatan flutter yang diperoleh dengan pendekatan aerodinamika tak tunak dengan formulasi Theodorsen, kecepatan flutter dengan pendekatan aerodinamika quasi-steady memberikan hasil yang relatif lebih besar. Hasil yang diperoleh juga menunjukkan bahwa dengan pendekatan aerodinamika formulasi Theodorsen kecepatan flutter lebih sensitif terhadap perubahan lokasi titik pusat massa relatif terhadap sumbu elastik dibanding dengan pendekatan aerodinamika dengan pendekatan quasi-steady. Meski demikian pendekatan aerodinamika quasi-steady jauh lebih sederhana dan memungkinkan untuk dilakukan analisis dalam domain waktu sehingga akan lebih mudah jika akan dilibatkan aspek-aspek pengendalian/kontrol.

Referensi

- [1] Bisplinghoff, R. L., Ashley, H., and Halfman, R. L., *Aeroelasticity*, Addison- Wesley Publishing Company, Inc., Cambridge, Massachusetts, 1955.
- [2] Scanlan, R. H. and Rosenbaum, R., *Introduction to the Study of Aircraft Vibration and Flutter*, The MacMillan Company, New York, 1951.
- [3] Dowell, E. H. et al. (ed.). *A Modern Course in Aeroelasticity*, Kluwer Academic, 1995.
- [4] Friedman, P. P. and Hodges, D. W., *Rotary Wing Aeroelasticity-A Historical Perspective*, Journal of Aircraft, 40, p:1019-1046, 2003.
- [5] Friedmann, P.P., *Rotary-Wing Aeroelasticity: Current Status and Future Trends*, AIAA Journal, Vol. 42, No. 10, p:1953-1972, October 2004.
- [6] O'Neill, C., *Helicopter Rotor Unsteady Aerodynamics*, April 26, 2002
- [7] Shipman, K.W, and Wood, E. R., *A Two-Dimensional Theory for Rotor Blade Flutter in Forward Flight*, J. Aircraft, Vol. 8, No. 12, p:1008-10015, December 1971.
- [8] Rauchenstein Jr., W. J., *A 3D Theodorsen-Based Rotor Blade Flutter Model Using Normal Modes*, Thesis, Naval Potgraduate School, Monterey, California, 2002.
- [9] Den Hartog, J. P., *Mechanical Vibrations*, Dover Publications, New York, 1985.
- [10] Theodorsen, T., "General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter," NACA Technical Report No. 496, 1935.
- [11] Jan R. Wright, J. R., Cooper, J. E., *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*, John Wiley & Sons, 2007.
- [12] Couch, M. A., Wood, R. E., *A Flutter Model for Rotor Blades with Flaps*, 24th ICAS, 2004