

***Secondary Flow* pada Pipa Keluar Kompresor Turbin Gas Mikro Bioenergi Proto X-2: Analisis dengan model turbulen STD $k-\varepsilon$ dan RNG $k-\varepsilon$**

Budiarso¹, Ahmad Indra Siswantara¹, Steven Darmawan^{1,2*}

¹Universitas Indonesia
Departemen Teknik Mesin, Fakultas Teknik
Kampus Baru UI Depok 16424

²Universitas Tarumanagara
Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik
Jl. Letjen S.Parman No.1 Jakarta 11440

*stevend024@yahoo.com

Abstrak

Pengaruh *Secondary flow* pada pipa keluar kompresor pada Turbin Gas Mikro Bioenergi Proto X-2 dianalisis. Analisis numerik dilakukan dengan menggunakan dua model turbulen yang umum digunakan, yaitu model turbulen $k-\varepsilon$ STD dan model turbulen $k-\varepsilon$ RNG. Pada sistem perpipaan tersebut, *secondary flow* terjadi pada belokan pipa keluar kompresor, dengan diameter pipa pada belokan 85mm dan jari-jari 97,205mm terhadap pusat belokan. *Secondary flow* yang banyak terjadi pada berbagai sistem perpipaan dengan belokan, antara lain dapat dikarakterisasi oleh dua parameter utama, yaitu bilangan Reynolds dan bilangan Dean yang menunjukkan skala aliran yang terjadi. Terjadinya *secondary flow* menyebabkan jatuh-tekan dan penurunan kecepatan aliran, sekaligus menghasilkan turbulensi, serta aliran berputar (*swirl*). Analisis numerik dilakukan dengan menggunakan metode CFD, dengan parameter utama bilangan Reynolds masuk pipa, yaitu $Re=40900$ dan $Re=48100$. Karena merupakan aliran yang fluktuatif, pemilihan model turbulen yang tepat mempengaruhi hasil analisis. Hasil simulasi antara model turbulen $k-\varepsilon$ STD dan model turbulen $k-\varepsilon$ RNG pada distribusi kecepatan dianalisis dan dibandingkan untuk memperoleh model turbulen yang paling sesuai untuk digunakan. Diperoleh bahwa secara rata-rata model turbulen $k-\varepsilon$ RNG memberikan hasil yang lebih tinggi 10%-15% dibandingkan dengan model turbulen $k-\varepsilon$ STD. Vorteks aliran yang dibentuk oleh model turbulen $k-\varepsilon$ RNG lebih rasional, yang disertai dengan jumlah vorteks yang lebih banyak dibandingkan dengan model turbulen $k-\varepsilon$ STD. Pada model turbulen $k-\varepsilon$ RNG, instabilitas aliran berputar juga terlihat lebih jelas menuju ke arah sumbu-y. Dengan konsekuensi waktu komputasi yang lebih lama, model turbulen $k-\varepsilon$ RNG, yang merupakan pengembangan dari model turbulen $k-\varepsilon$ STD mampu memberikan hasil yang lebih baik.

Keywords: secondary flow, turbin gas mikro bioenergi Proto X-2, model turbulen $k-\varepsilon$ STD dan $k-\varepsilon$ RNG, bilangan Reynolds, aliran berputar

Pendahuluan

Sistem perpipaan merupakan sistem mekanis yang digunakan untuk memindahkan fluida, yang umum digunakan pada berbagai aplikasi. Pada prototipe Turbin Gas Mikro Bioenergi Proto X-2 yang sedang dikembangkan, sistem perpipaan digunakan pada beberapa lokasi, salah satunya sebagai penghubung antara kompresor dan jalur masuk ruang bakar (Darmawan, Siswantara dan Budiarso, Comparison of turbulence model on Reynolds numbers of a Proto X-2 Bioenergy Micro Gas Turbine's compressor discharge 2013). Pipa yang digunakan adalah pipa silinder dengan

beberapa perbedaan luas penampang dan beberapa belokan.

Belokan pada pipa menyebabkan terjadinya jatuh-tekanan, terlebih udara yang melewati pipa ini akan masuk menuju ruang bakar, dimana nilai tekanan dan kecepatan udara merupakan faktor yang penting. Adanya jatuh-tekan ini disebabkan karena terjadinya *secondary flow*, yang biasa terjadi pada belokan pipa (Pritchard 2011). Lebih jauh, *secondary flow* pada belokan pipa juga dapat terjadi dengan pola aliran berputar (*swirl*) karena gaya sentripetal yang dialami oleh aliran (Munson, et al. 2009). Pada analisis pipa dengan belokan (*curved*), parameter yang penting adalah

bilangan Reynolds, yang menunjukkan rasio antara gaya inersia terhadap gaya viskos yang dialami fluida dan bilangan Dean yang menunjukkan besar skala *secondary flow* (Berger dan Talbot 1983), (Johnson dan Kamm 1986), (Vasudevaiah dan Rajalakshmi 1988).

Penelitian-penelitian mengenai aliran fluida pada pipa dan saluran, serta *secondary flow* telah banyak dipublikasi. Studi tentang kecepatan aliran pada belokan pipa, dimana kecepatan pada dinding lebih tinggi daripada kecepatan pada bagian tengah telah dilakukan oleh Eustice pada tahun 1911 (Eustice 1911). Alletto et.al (Alletto dan Breuer 2013) melakukan prediksi terhadap aliran partikel pada pipa horizontal yang melibatkan *secondary flow*. Amer et.al (Darus dan Fatt 2008) melakukan analisis terhadap *secondary flow* terhadap beberapa model numerik yang ada. Studi tentang aliran masuk pada pipe berbelok dengan kecepatan angular konstan dengan metode beda hingga telah dilakukan oleh Masud et.al (Masud dan Alam 2009).

Secondary flow pada belokan pipa juga dapat menimbulkan turbulensi aliran, seperti pada penelitian yang dilakukan oleh Speziale et.al (Speziale, So dan Younis 1992). fluktuatif, serta dapat diidentifikasi antara lain melalui bilangan Reynolds yang besar (Tennekes dan Lumley 1974), (Lakshminarayana 1996). Karena terjadi perpindahan momentum yang besar pada aliran turbulen, aliran ini dapat menghasilkan pencampuran yang baik antara fluida yang mengalir bersamanya.

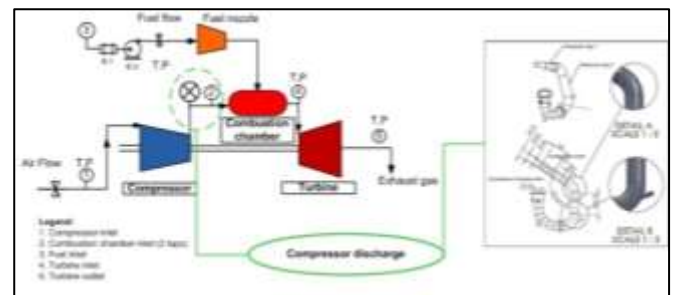
Pada prototipe, dengan bilangan Reynolds yang besar dan aliran udara yang memasuki pipa merupakan aliran turbulen. Kondisi ini diperlukan pada pipa keluar kompresor untuk mengalirkan udara terkompresi ke ruang bakar prototipe Turbin Gas Mikro Proto X-2. Disisi lain, aliran turbulen juga menyebabkan rugi-tekan dan penurunan kecepatan. Karena aliran turbulen merupakan aliran yang spesifik, maka analisis terhadap aliran turbulen harus dilakukan dengan model turbulen yang paling sesuai, terutama pada belokan pipa dimana juga terjadi aliran berputar. Pipa keluar kompresor merupakan pipa silindris yang terdiri dari beberapa perbedaan luas penampang dan beberapa belokan (*curved*). Pada geometri ini, penampang melintang pada belokan (Tमितe, Castelain dan Peerhosaini 2010) (Masud dan Alam 2009).

Maka, tujuan dibuatnya makalah ini adalah untuk melakukan analisis secara numerik terhadap dua

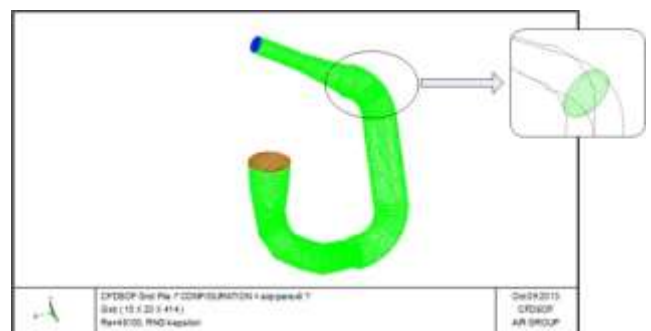
model turbulen yang sangat umum digunakan, yaitu model turbulen STD $k-\epsilon$ dan RNG $k-\epsilon$ pada bilangan Reynolds udara ketika keluar kompresor. Penggunaan model turbulen yang tepat akan sangat mempengaruhi hasil analisis dan peninjauan sistem di kemudian hari. Analisis dilakukan pada penampang melintang di belokan pipa keluar kompresor. Data-data bilangan Reynolds dihasilkan dari pengolahan data hasil eksperimen terhadap prototipe Turbin Gas Mikro Bioenergi Proto X-2. Analisis dilakukan secara numerik dengan metode CFD.

Metoda Eksperimen & Fasilitas Yang Digunakan

Set-up eksperimen untuk mendapatkan bilangan Reynolds dari udara masuk pipa pada prototipe ditunjukkan menurut gambar 1. Prototipe terdiri dari satu tingkat kompresor, satu tingkat turbin, dan satu buah ruang bakar. Eksperimen menghasilkan variasi Bilangan Reynolds 40900 dan 48100.



Gambar 1. Set-up eksperimen Turbin Gas Mikro Bioenergi Proto X-2 (Darmawan, Budiarto dan Siswantara, CFD Investigation of Standard $k-\epsilon$ and RNG $k-\epsilon$ turbulence model in compressor discharge of Proto X-2 Bioenergi Micro Gas Turbine 2013).



Gambar 2. Grid Komputasi

Fokus eksperimen dilakukan pada pipa pipa yang menghubungkan antara kompresor dan ruang bakar, seperti yang ditunjukkan pada gambar 1. Analisis numerik dengan menggunakan metode CFD, dengan grid yang ditunjukkan pada gambar 2, grid tiga dimensi $15 \times 20 \times 414$ (139440) sel. Penyesuaian jumlah grid dilakukan pada elbow untuk mendapatkan hasil numerik yang lebih presisi.

Bagian yang berwarna biru merupakan inlet dan bagian yang berwarna merah merupakan outlet menuju ruang

bakar. Udara keluar kompresor masuk menuju pipa dengan diameter 43mm sepanjang 140mm, lalu akan melalui perbedaan penampang menjadi diameter 65mm sepanjang 95mm, dan akhirnya menjadi diameter 75mm sepanjang 55mm. Udara akhirnya akan menuju elbow dengan diameter yang sama. Belokan pada elbow yang dianalisis ditunjukkan pada gambar detil pada gambar 2 memiliki diameter 85mm dan jari-jari 97,205mm, serta sudut 122° terhadap sumbu.

Analisis dilakukan dengan menggunakan dua model turbulen yang paling umum digunakan, yaitu model turbulen $k-\varepsilon$ STD dan model turbulen $k-\varepsilon$. Intensitas turbulen diasumsikan sebesar 10% untuk kedua model. Hasil prediksi dari dua model turbulen tersebut lalu dibandingkan untuk mendapatkan model turbulen yang paling sesuai untuk merepresentasikan fenomena yang terjadi, antara lain aliran berputar (*swirl*) dan *secondary flow*.

Skema Numerik

Parameter-parameter yang merepresentasikan adanya *secondary flow* antara lain bilangan Reynolds dan bilangan Dean (Berger dan Talbot 1983).

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad (1)$$

Dengan:

- ρ : massa jenis fluida (kg/m³)
- V : kecepatan aliran (m/s)
- D : diameter pipa (m)
- μ : viskositas aliran (kg/m.s)

Bilangan Dean (De)

$$De = Re \left[\frac{D}{R_o} \right]^{1/2} \quad (2)$$

Dengan:

- Re : bilangan Reynolds
- D : diameter pipa (m)
- R_o : jari-jari belokan (m)
- $\left[\frac{D}{R_o} \right]$: rasio diameter pipa dan belokan (δ), < 1

Dengan pengolahan yang variasi Bilangan Reynolds masuk pipa 40900 dan 48100 dengan model turbulen $k-\varepsilon$ STD dan model turbulen RNG $k-\varepsilon$ selanjutnya menghasilkan bilangan Reynolds lokal yang berbeda. Bilangan Dean untuk setiap kondisi seperti yang ditunjukkan pada tabel 1:

Tabel 1. Bil. Reynolds dan Dean pada belokan

Inlet Re	$k-\varepsilon$ STD		$k-\varepsilon$ RNG	
	Re	De	Re	De
40900	2,73 E+04	25.549	3,6 E+04	34065
48100	3,61 E+04	34065	4,55 E+04	42581

Model turbulen $k-\varepsilon$ STD terdiri dari dua buah persamaan untuk k dan ε . Dengan ϑ merepresentasikan skala kecepatan dan l merepresentasikan skala panjang;

$$\vartheta = k^{1/2} \quad (3)$$

$$l = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (4)$$

Viskositas turbulensi:

$$\mu_t = C_\rho \vartheta l = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

Dengan C_μ adalah konstanta tak-berdimensi.

Model turbulen $k-\varepsilon$ STD merupakan salah satu model turbulen yang sangat umum digunakan, dengan waktu komputasi yang cukup singkat. Sementara model turbulen RNG $k-\varepsilon$ merupakan model turbulen yang dikembangkan berdasarkan model turbulen $k-\varepsilon$ STD, dengan pengembangan pada prediksi aliran yang lebih rumit dan berputar, pada aliran dengan gradien tekanan besar, namun dengan waktu komputasi yang lebih lama dibandingkan dengan model turbulen $k-\varepsilon$ STD (Cui 2010)(Versteeg dan Malalasekara 2007)(Fluent 6.3 User's guide 2006).

Model turbulen RNG (Renormalization Group) dikembangkan oleh Yakhot dan Orszag diprediksi menjadi model turbulen yang baik untuk aliran berputar dan berbelok has been projected to be a powerful tool for turbulence modeling (Mohammadi dan Pironneau 1993)(Cui 2010)(Escue dan Cui 2010). Model turbulen RNG dikembangkan dengan dasar panjang karakteristik aliran pada persamaan Navier-Stokes yang dimodifikasi (Yakhot dan Orszag 1987). Persamaan transport untuk model turbulen $k-\varepsilon$ STD (Fluent 6.3 User's guide 2006):

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_K \quad (6)$$

dan

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (7)$$

Persamaan transport untuk model turbulen RNG sebagai berikut (Cui 2010)(Fluent 6.3 User's guide 2006), (Sierra-Espinosa, Bates dan O'Doherty 2000):

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_K \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon \quad (9)$$

Dengan:

G_k : pembangkitan energi kinetik turbulenkarena

gradien kecepatan

G_b : pembangkitan energi kinetik turbulen karena buoyancy

Y_M : Fluktuasi dilatasi terhadap disipasi eddy

$C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, and $C_{3\varepsilon}$: konstanta

σ_k and σ_ε : Bilangan turbulen Prandtl untuk k dan ε

S_k and S_ε : suku yang dapat didefinisikan terpisah.

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t = \mu + \left(\rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \right) \quad (10)$$

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta/\eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k} \quad (11)$$

dengan:

$$\eta \equiv S k / \varepsilon; \quad \eta_0 = 4.38; \quad \beta = 0.012$$

Konstanta persamaan yang digunakan terdapat pada tabel 2.

Tabel 2. Konstanta untuk setiap model turbulen.

Constant Value	Turbulence Model					RNG $k-\varepsilon$				
	STD $k-\varepsilon$					RNG $k-\varepsilon$				
	C_μ	σ_k	σ_ε	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	C_μ	α_k	α_ε	$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$
	0.09	1.00	1.3	1.44	1.92	0.0845	1.39	1.39	1.42	1.68

Pada model turbulen RNG terdapat suku tambahan untuk prediksi aliran berputar (Nallasamy 1987).

$$\mu_t = \mu_{t0} f \left(\alpha_s, \Omega, \frac{k}{\varepsilon} \right) \quad (12)$$

$$Ro = \frac{\Omega D}{2U_{av}} \quad (13)$$

Dengan

μ_{t0} : viskositas turbulen

α_s : Konstanta *swirl* (0.05, dapat diatur)

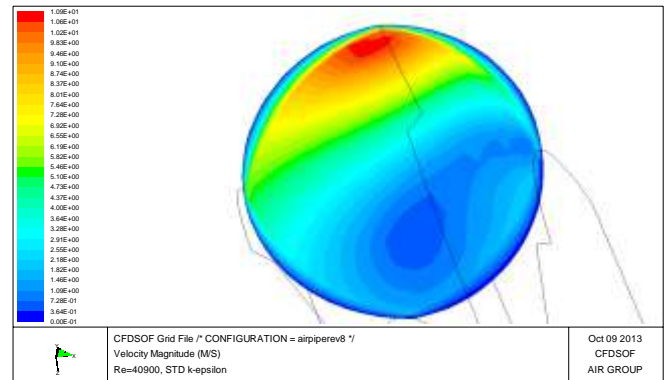
Ro : bilangan *swirl*

Ω : kecepatan angular

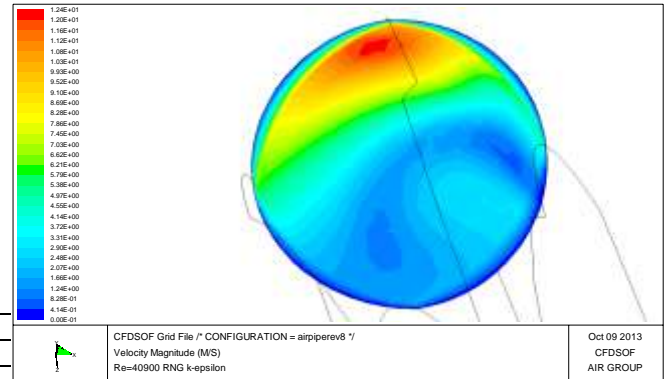
Hasil dan Pembahasan

Gambar 3 – gambar 6 menunjukkan profil kecepatan pada penampang melintang pada belokan pipa masuk. Setiap bilangan Reynolds disimulasikan dengan menggunakan model turbulen $k-\varepsilon$ STD dan model turbulen $k-\varepsilon$ RNG.

Pada Inlet Re = 40900

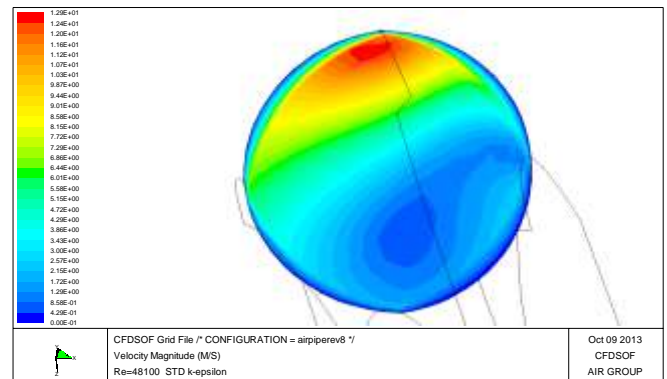


Gambar 3. Hasil simulasi CFD, Re=40900 ($k-\varepsilon$ STD)

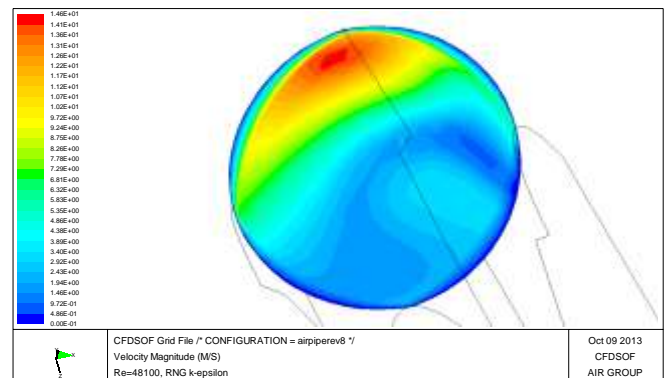


Gambar 4. Hasil simulasi CFD, Re=40900 ($k-\varepsilon$ RNG)

Pada Inlet Re = 48100



Gambar 5. Hasil simulasi CFD, Re=48100 ($k-\varepsilon$ STD)



Gambar 6. Hasil simulasi CFD, Re=48100 ($k-\varepsilon$ RNG)

Untuk setiap bilangan Reynolds masuk, prediksi model turbulen $k-\varepsilon$ RNG selalu menunjukkan nilai kecepatan

yang lebih tinggi dibandingkan dengan yang diprediksi oleh model turbulen $k-\varepsilon$ STD, dengan presentase 10%-15%. Sejalan dengan hal tersebut, bilangan Reynolds lokal dan bilangan Dean yang terjadi dengan prediksi oleh model turbulen $k-\varepsilon$ RNG juga lebih besar, seperti yang ditunjukkan pada tabel 1. Dengan demikian, fenomena *secondary flow* yang ditunjukkan oleh model turbulen $k-\varepsilon$ RNG juga menjadi lebih dominan.

Secara umum, vorteks distribusi kecepatan pada penampang melintang yang diprediksi oleh model turbulen $k-\varepsilon$ STD lebih dominan ke arah sumbu-x, sedangkan model turbulen $k-\varepsilon$ RNG lebih dominan membentuk ke arah sumbu-y. Dengan sisi masuk udara seperti yang ditunjukkan pada grid komputasi pada gambar 2, vorteks aliran yang ditunjukkan oleh model $k-\varepsilon$ RNG lebih rasional, karena adanya gaya gravitasi yang mempengaruhi aliran ke arah sumbu-y. Adapun pola *secondary flow* yang tidak simetris karena belokan pipa memiliki kemiringan 122° .

Kedua model menunjukkan terjadinya *secondary flow*, dengan kecepatan tertinggi terjadi pada bagian luar pipa. Ini terjadi karena adanya gaya sentrifugal yang dialami oleh aliran (Speziale, So dan Younis 1992). Ketika gaya sentrifugal dominan mempengaruhi aliran dan menjadikan fluida bagian luar bergerak dengan kecepatan yang lebih tinggi, fluida yang berada dekat dinding sebelah atas dan bawah juga akan bergerak menuju dinding, dengan arah yang berlawanan, sehingga menghasilkan dua buah vorteks aliran menuju *secondary flow* (Masud dan Alam 2009).

Gambar 4 dan gambar 6 menunjukkan bahwa model turbulen $k-\varepsilon$ RNG dengan bilangan swirl 0,5 membentuk pola aliran berputar (*swirl*) yang lebih dominan dibandingkan dengan model turbulen $k-\varepsilon$ STD. Model turbulen $k-\varepsilon$ RNG menunjukkan instabilitas aliran, terutama pada vortex bagian bawah, yang dapat terjadi ketika terbentuknya vorteks ke dua (Timate, Castelain dan Peerhosaini 2010).

Secara umum, hasil simulasi pada gambar 3 – gambar 6 menunjukkan terjadinya stagnasi aliran pada area antara kedua vorteks dan tepat membagi vortex menjadi dua bagian. Dengan peralatan komputasi umum, waktu simulasi dengan menggunakan model turbulen $k-\varepsilon$ yang jauh lebih lama merupakan konsekuensi untuk mendapatkan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan model turbulen $k-\varepsilon$ STD.

Kesimpulan

Model turbulen $k-\varepsilon$ RNG menghasilkan prediksi distribusi kecepatan yang lebih tinggi dibandingkan dengan yang diprediksi oleh $k-\varepsilon$ STD. Model turbulen $k-\varepsilon$ RNG juga menghasilkan pola aliran berputar yang lebih dominan.

UcapanTerimakasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada DRPM UI yang telah mendanai penelitian ini melalui skema Hibah Riset UI 2012.

Referensi

- Alletto, M., and M. Breuer. "Prediction of turbulent particle-laden flow in horizontal smooth and rough pipes inducing secondary flow." *International Journal of Multiphase Flow* 55 (2013): 80-98.
- Berger, S.A., and L. Talbot. "Flow in Curved Pipes." *Ann. Rev. Fluid Mech.* 15 (1983): 461-512.
- Cui, Sowjanya Vijiapurapu; Jie. "Performance of turbulence for flows through rough pipes." *Applied Mathematical Modelling* 34 (2010): 1458-1466.
- Darmawan, Steven, Ahmad Indra Siswantara, and Budiarmo. "Comparison of turbulence model on Reynolds numbers of a Proto X-2 Bioenergy Micro Gas Turbine's compressor discharge." *International Conference on Engineering of Tarumanagara*. Jakarta, 2013.
- Darmawan, Steven, Budiarmo, and Ahmad Indra Siswantara. "CFD Investigation of Standard k- ε and RNG k- ε turbulence model in compressor discharge of Proto X-2 Bioenergy Micro Gas Turbine." *The 8th International Conference on Fluid and Thermal Energy Conversion*. Semarang, 2013.
- Darus, Amer Nordin, and Yap Yip Fatt. "Development of secondary flow in a curved rectangular duct." *Jurnal Mekanikal* 27 (December 2008): 1-22.
- Escue, Andrew, and Jie Cui. "Comparison of Turbulence Models in Simulating Swirling Pipe Flows." *Applied Mathematic Modelling* 34 (2010): 2840-2849.
- Eustice, John. "Experiments in stream-line motion in curved pipes." *Proceeding of The Royal Society London A*. 85, no. 576 (April 1911).
- Fluent 6.3 User's guide*. Fluent Inc., 2006.
- Johnson, Mark, and Roger D. Kamm. "Numerical studies of steady flow dispersion at low Dean number in gently curving tube." *J. Fluid Mech.*, 1986: 329-345.
- Lakshminarayana, Budugur. *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*. John Willey & Sons,

- Inc., 1996.
- Masud, M.A., and M. Mahmud Alam. "Entrance flow through rotating curved pipe of circular cross-section." *International Conference on Mechanical Engineering*. Dhaka, 2009.
- Mohammadi, B., and O. Pironneau. *Analysis of the k-Epsilon Turbulence Model*. Edited by P.G. Ciarlet and J-L. Lions. Paris: Masson, 1993.
- Munson, Bruce R., Donald F. Young, Theodore H. Okiishi, and Wade W. Huebsch. *Fundamentals of fluid mechanics*. 6th. John Wiley & Sons, Inc., 2009.
- Nallasamy, M. "Turbulence models and their application to the prediction of internal flows: A review." *Computers & Fluids* 15, no. 2 (1987): 151-194.
- Pritchard, Philip J. *Introduction To Fluid Mechanics*. 6th. John Wiley & Sons, Inc., 2011.
- Sierra-Espinosa, F.Z., C.J. Bates, and T. O'Doherty. "Turbulent flow in a 90o pipe junction - Part 1: Decay of fluctuations upstream the flow bifurcation." *Computers & Fluids* 29 (2000): 197-213.
- Speziale, C.G., R.M.C. So, and B.A. Younis. "On the prediction of turbulent secondary flows." NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia, 1992.
- Tennekes, H., and J.L. Lumley. *A First Course In Turbulence*. 3 rd. MIT Press, 1974.
- Timite, Brahim, Cathy Castelain, and Hassan Peerhosaini. "Pulsatile viscous flow in a curved pipe-Effects of pulsation on the development of secondary flow." *International Journal of Heat and Fluid Flow* 31 (2010): 879-896.
- Vasudevaiah, M., and R. Rajalakshmi. "Flow in helical pipe." *Indian J. pure appl. Math.* 19, no. 1 (1988): 75-85.
- Versteeg, H.K., and W. Malalasekara. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics, The Finite Volume Method. 2*. Essex: Pearson Educational Limited, 2007.
- Yakhot, Victor, and Steven A. Orszag. "Renormalization group and local order in strong turbulence." *Nuclear Physics B* 2 (1987): 417-440.