

## Pengembangan Metode Perancangan Airfoil Dengan Metode Panel Dan Algoritma Genetika

Ismoyo Haryanto, Citra Asti Rosalia, Eflita Yohana

Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro  
Jl. Prof. Soedarto SH, Tembalang, Semarang 50275 Indonesia  
Telp/Fax: +62 24 7460059,  
Ismoyo\_h@undip.ac.id, citraastirosalia@yahoo.com

### Abstrak

Prosedur perancangan airfoil dengan menerapkan metode panel dan Algoritma Genetika (GA) telah disusun. Pada prosedur ini geometri airfoil dibangkitkan menggunakan transformasi Joukowski. Dengan transformasi ini bentuk airfoil dapat diperoleh dengan mentransformasikan bentuk lingkaran dengan koordinat titik pusat tertentu. Adapun analisis karakteristik aerodinamiknya dilakukan dengan menggunakan metode panel dimana aliran dianggap bersifat tak viskos (*inviscid*) dan tak mampat (*incompressible*). Pada penelitian ini efek viskositas dikaji dengan menerapkan metode interaksi viskos-tak viskos. Untuk keperluan tersebut analisis lapisan batas (*boundary layer*) dilakukan untuk mendapatkan tebal perpindahan (*displacement thickness*). Informasi tebal perpindahan ini selanjutnya digunakan untuk update geometri airfoil. Langkah berikutnya adalah optimasi guna mendapatkan geometri airfoil yang mempunyai rasio gaya angkat terhadap gaya hambat maksimum yang paling maksimum dengan koordinat titik pusat lingkaran sebagai variabel perancangan. Sebagai pengoptimasi (*optimizer*) dipilih GA karena algoritma ini mampu memberikan solusi optimum global. Dari hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa analisis karakteristik aerodinamika menggunakan metode panel dengan melibatkan interaksi viskos-tak viskos memberikan hasil yang cukup akurat terhadap hasil eksperimen. Sekalipun secara umum hasil optimasi yang diperoleh juga cukup baik akan tetapi memerlukan validasi dan variasi lebih lanjut.

**Keywords:** aerodinamika, airfoil, algoritma genetika, interaksi viskos-tak viskos, metode panel.

### Pendahuluan

Airfoil merupakan profil penampang yang banyak diaplikasikan pada wahana transportasi (seperti pada sayap pesawat udara) maupun pembangkit energi (sebagai penampang sudu turbin). Baik untuk kegunaan wahana transportasi maupun pembangkit energi airfoil dirancang sedemikian hingga mampu menghasilkan gaya angkat (*lift*) yang maksimal dan pada saat yang bersamaan menghasilkan gaya hambat (*drag*) seminimal mungkin. Dari pertimbangan aerodinamika, profil airfoil yang diinginkan adalah yang memiliki rasio gaya angkat terhadap gaya hambat ( $C_L/C_D$ ) maksimum paling besar.

Khusus pada perancangan sudu turbin angin, prosedur yang dilakukan selama ini adalah dengan memilih secara apriori airfoil yang sudah diketahui karakteristik aerodinamiknya. Selanjutnya proses optimasi dilakukan dengan menerapkan diameter rotor, panjang *chord*, sudut puntir, ketebalan serta dimensi penguat sebagai variabel perancangan. Jika solusi optimum yang diperoleh ternyata masih belum memenuhi kondisi seperti yang diinginkan maka

proses optimasi diulang dengan memilih airfoil lain. Prosedur ini selain memakan waktu juga akan membuat solusi optimum yang diperoleh sangat terbatas. Di sisi lain, untuk melibatkan geometri airfoil atau karakteristik aerodinamik sebagai variabel perancangan mempunyai kendala utama berkaitan dengan tidak tersedianya basis data profil airfoil beserta karakteristik aerodinamiknya yang lengkap (Haryanto, dkk., 2009).

Salah satu metoda perancangan airfoil yang dikembangkan untuk mengatasi masalah tersebut adalah dengan memanfaatkan komputasi cerdas yang dikombinasikan dengan CFD (*Computational Fluid Dynamics*). Dengan metoda ini mula-mula sejumlah geometri airfoil dibangkitkan dan untuk setiap profil airfoil ditentukan karakteristik aerodinamiknya menggunakan CFD. Berdasarkan hasil tersebut disusunlah basis data yang mengkorelasikan antara profil airfoil dengan karakteristik aerodinamiknya. Basis data tersebut selanjutnya digunakan untuk melatih ANN (*Artificial Neural Network*) dengan arsitektur tertentu dimana parameter geometri sebagai masukan dan  $C_L$  serta  $C_D$  untuk berbagai kondisi

sebagai keluaran (Haryanto, dkk., 2009) (Haryanto, dkk., 2013). Metoda ini sekalipun berfungsi dengan cukup baik namun untuk memperoleh hasil agar metode ini berlaku secara umum untuk berbagai profil airfoil dan berbagai kondisi aliran membutuhkan basis data yang amat banyak. Sehingga pada penerapannya metoda ini sangat terbatas.

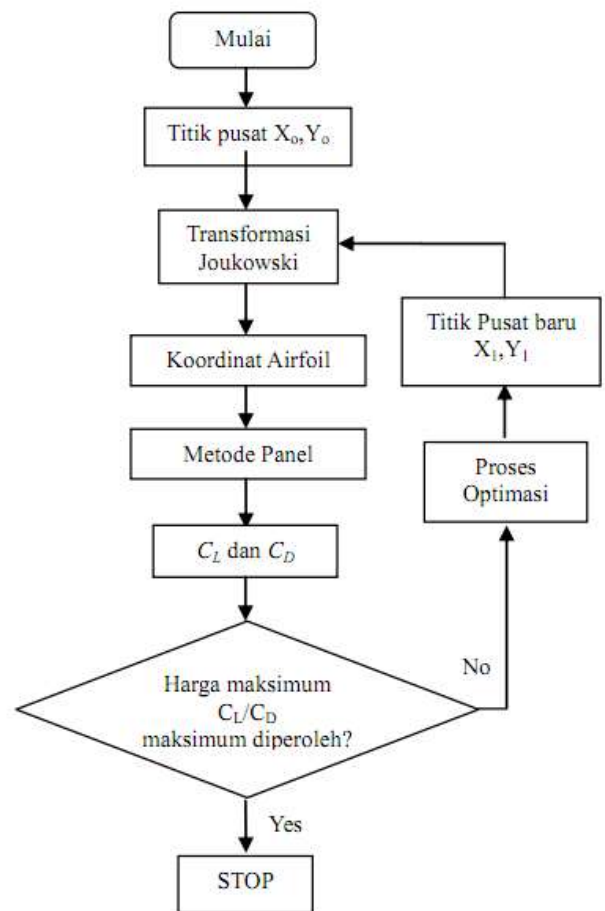
Sebuah upaya pragmatis telah dilakukan untuk mendapatkan jalan pintas guna penentuan karakteristik aerodinamika airfoil, yaitu dengan melakukan pendekatan numerik berupa pendekatan regresi polinomial dengan variabel jamak untuk merelasikan parameter airfoil dan karakteristik aerodinamikanya dimana data-data yang digunakan didasarkan pada hasil eksperimen. Dengan pendekatan ini  $C_L$  dan  $C_D$  dari suatu airfoil pada suatu harga bilangan Reynolds dan sudut serang tertentu dapat ditentukan tanpa melalui simulasi CFD (Primayuda, 2011) (Kharis, 2011). Sekalipun pendekatan ini memberikan hasil yang cukup baik, akan tetapi karena keterbatasan data-data hasil eksperimen maka pendekatan inipun juga menjadi sangat terbatas.

Beranjak dari berbagai permasalahan seperti yang diuraikan di atas maka penelitian ini bertujuan menentukan geometri airfoil yang memberikan harga  $C_L/C_D$  paling maksimum untuk berbagai bilangan Reynold pada daerah jangkauan sudut serang tanpa harus melalui simulasi CFD.

### Metodologi Penelitian

Penelitian ini dimaksudkan untuk menentukan geometri airfoil yang memberikan  $C_L/C_D$  maksimum paling maksimum. Dalam penelitian ini, penentuan profil airfoil optimum dilakukn melalui tiga tahap. Tahap pertama adalah pembangkitan geometri airfoil menggunakan metode pemetaan konformal (*conformal mapping*). Pemetaan dilakukan untuk mentransformasikan sebuah bangun lingkaran melalui tranformasi Joukowski, sehingga diperoleh bentuk airfoil. Bentuk airfoil yang berbeda dapat diperoleh hanya dengan mengubah titik pusat lingkaran. Selanjutnya, setiap airfoil yang diperoleh dianalisis menggunakan metoda panel pada bilangan Reynold tertentu untuk menentukan karakteristik aerodinamikanya yang direpresentasikan dengan variasi  $C_L$  dan  $C_D$  terhadap sudut serang. Pada penelitian ini metoda panel yang diterapkan dimaksudkan untuk menentukan kecepatan tangensial di permukaan airfoil untuk kondisi aliran tak viskos. Adapun efek viskositasnya dianalisis dengan menggunakan pendekatan metoda interaksi viskos – tak viskos. Tahap berikutnya adalah proses optimasi. Pada proses ini sebagai fungsi obyektif adalah  $C_L/C_D$  maksimum sedangkan variabel perancangannya

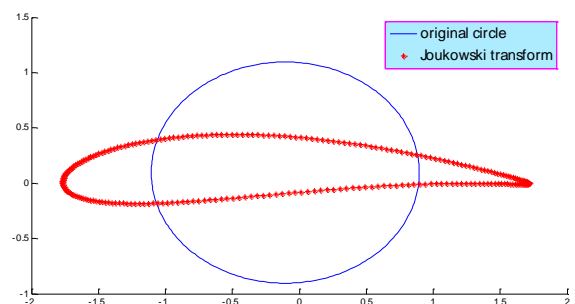
adalah titik pusat lingkaran pada transformasi Joukowski. Secara skematis metodologi dalam penelitian ini ditunjukkan oleh diagram alir pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram alir metodologi penelitian.

### Transformasi Joukowski

Dengan transformasi Joukowski, bentuk airfoil dapat diperoleh dengan mentransformasikan lingkaran dengan titik pusat tertentu (Kreyszig, 2011). Kondisi ini diilustrasikan pada Gambar 2.



Gambar 2. Transformasi Joukowski.

Dalam variable kompleks persamaan lingkaran dinyatakan dengan

$$z = be^{i\theta} \quad (1)$$

Dimana  $b$  menyatakan radius lingkaran dan  $\theta$  adalah sudut satu lingkaran penuh ( $0 - 2\pi$ ). Sedangkan bentuk transformasi Joukowski diberikan dengan persamaan

$$W(z) = z + \frac{\lambda^2}{z} \quad (2)$$

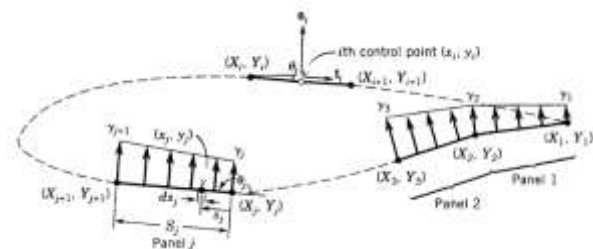
dan  $\lambda = b - |s| \quad (3)$

Pada Pers. (2) dan (3) di atas  $W$  menyatakan fungsi transformasi Joukowski dalam bidang kompleks,  $\lambda$  adalah parameter transformasi yang menentukan bentuk hasil transformasi dan  $s$  adalah koordinat titik pusat lingkaran yang baru. Setelah geometri airfoil diperoleh melalui transformasi Joukowski ini kemudian karakteristik aerodinamikanya yang dimanifestasikan dalam distribusi  $C_L$  dan  $C_D$  ditentukan dengan menggunakan metode panel.

**Metode Panel**

Pada aliran tak viskos, tak rotasional dan tak termampatkan (*incompressible*), prediksi karakteristik aerodinamik dari kebanyakan bentuk aerfoil dapat ditentukan secara relatif akurat dengan menggunakan metode panel dua dimensi. Sekalipun metode panel utama ditujukan guna analisis aliran tak viskos namun demikian dengan menerapkan teori lapisan batas satu dimensi sederhana, solusi tak viskos ini dapat diperbaiki. Hal ini memungkinkan estimasi koefisien gaya angkat dan koefisien gaya tahan dapat diprediksi lebih baik lagi.

Dengan menerapkan metode panel guna analisis aerodinamika airfoil, mula-mula permukaan airfoil dibagi menjadi sejumlah panel dan pada setiap panel diterapkan model aliran singularitas. Kondisi ini ditunjukkan pada Gambar 3 dimana aliran singularitas yang digunakan adalah vorteks. Diasumsikan bahwa vorteks yang diterapkan di setiap panel mempunyai kekuatan yang bersifat linier.



**Gambar 3.** Penerapan panel vorteks linier di permukaan airfoil (Kuethe & Chow, 1988).

Jika dianggap airfoil dibagi menjadi sejumlah  $m$  panel dan berada pada aliran seragam  $V_\infty$  dengan sudut serang  $\alpha$ , maka potensial kecepatan pada titik atur/control point ke- $i$  ( $x_i, y_i$ ) dinyatakan dengan persamaan

$$\phi(x_i, y_i) = V_\infty(X_i \cos \alpha + Y_i \sin \alpha) - \sum_{j=1}^m \int_j \frac{\gamma(s_j)}{2\pi} \tan^{-1} \left( \frac{y_i - y_j}{x_i - x_j} \right) ds_j \quad (4)$$

Dimana

$$\gamma(s_j) \approx \gamma_j + (\gamma_{j+1} - \gamma_j) \frac{s_j}{S_j} \quad (5)$$

Pada Pers. (4) dan (5) seperti yang telah didefinisikan pada Gambar 3 bahwa ( $x_j, y_j$ ) adalah koordinat panel ke- $j$  dengan panjang  $S_j$  dan berjarak  $s_j$  diukur dari ujung depan panel. Integrasi dilakukan sepanjang keseluruhan panel dari ( $x_j, y_j$ ) ke ( $x_{j+1}, y_{j+1}$ ).

Selanjutnya kondisi batas menyatakan bahwa tidak ada kecepatan menembus bidang permukaan airfoil pada titik atur ke- $i$  diterapkan, sehingga

$$\frac{\partial}{\partial n_i} \phi(x_i, y_i) = 0; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

Untuk menjamin kelancaran aliran pada *trailing edge*, kondisi Kutta diaplikasikan, yaitu

$$\gamma'_1 + \gamma'_{m+1} = 0 \quad (7)$$

dengan  $\gamma' = \frac{\gamma}{2\pi V_\infty}$ . Pers. (4)-(7) dapat dituliskan dalam bentuk yang lebih kompak sebagai

$$\sum_{j=1}^{m+1} A_{nij} \gamma'_j = RHS_i; \quad i=1, 2, \dots, m+1 \quad (8)$$

Dengan  $RHS_i$  menyatakan ruas kanan yang dinyatakan dengan  $RHS_i = \sin(\theta_i - \alpha)$  dan  $A_{nij}$  disebut koefisien pengaruh kecepatan normal (Kuethe & Chow, 1988).

Pers. (8) adalah persamaan aljabar linier simultan yang dapat diselesaikan dengan metode numerik standar untuk menentukan  $\gamma'$  di setiap titik atur panel. Setelah seluruh kekuatan vorteks  $\gamma'$  diperoleh selanjutnya distribusi kecepatan tangensial di setiap titik atur  $V$  dapat dihitung dengan menggunakan Pers. (9) berikut

$$V_i = \cos(\theta_i - \alpha) + \sum_{j=1}^m A_{t1ij} \gamma'_j; \quad i=1, 2, \dots, m \quad (9)$$

Dimana  $A_{t1}$  adalah koefisien pengaruh kecepatan tangensial (Kuethe & Chow, 1988). Adapun koefisien tekanan pada titik atur ke- $i$  dapat ditentukan dengan menggunakan Pers (10).

$$C_{pi} = 1 - V_i^2 \quad (10)$$

Lebih rinci metode panel ini diuraikan pada Kuethe

& Chow (1988) dan Katz & Plotkin (2001).

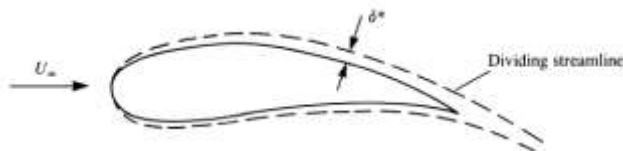
**Interaksi Viskos-Tak Viskos**

Solusi yang diperoleh dari metode panel adalah kondisi dimana aliran dianggap tak viskos. Dengan anggapan ini maka kondisi batas yang digunakan hanya seperti yang dinyatakan pada Pers. (6). Akan tetapi untuk kondisi aliran dimana sudut serang cukup tinggi solusi yang diperoleh dengan pendekatan di atas sudah tidak akurat lagi. Untuk memperbaiki hasil yang diperoleh maka dalam penelitian ini diterapkan metode interaksi viskos- tak viskos.

Pada penelitian ini metoda langsung interaksi viskos-tak viskos diterapkan. Dengan metode ini mula-mula analisis aliran tak viskos dilakukan untuk mendapatkan distribusi kecepatan tangensial pada airfoil,  $V$ . Hasil tersebut selanjutnya digunakan untuk melakukan analisis lapisan batas guna menentukan tebal perpindahan yang diformulasikan dengan Pers. (10) berikut

$$\delta^* = \int_1^\infty (1 - \frac{v}{v_\infty}) dy \quad (10)$$

dan koefisien gaya hambat akibat friksi ( $C_f$ ). Tebal perpindahan ini kemudian digunakan untuk memodifikasi geometri airfoil seperti ditunjukkan pada Gambar 4. Dengan geometri yang sudah dimodifikasi ini selanjutnya dengan menggunakan metode panel dilakukan analisis aliran tak viskos untuk menghitung kembali distribusi kecepatan tangensial pada permukaan airfoil. Prosedur tersebut terus dilakukan secara iteratif hingga diperoleh solusi yang konvergen.



**Gambar 4.** Ilustrasi interaksi viskos-tak viskos.

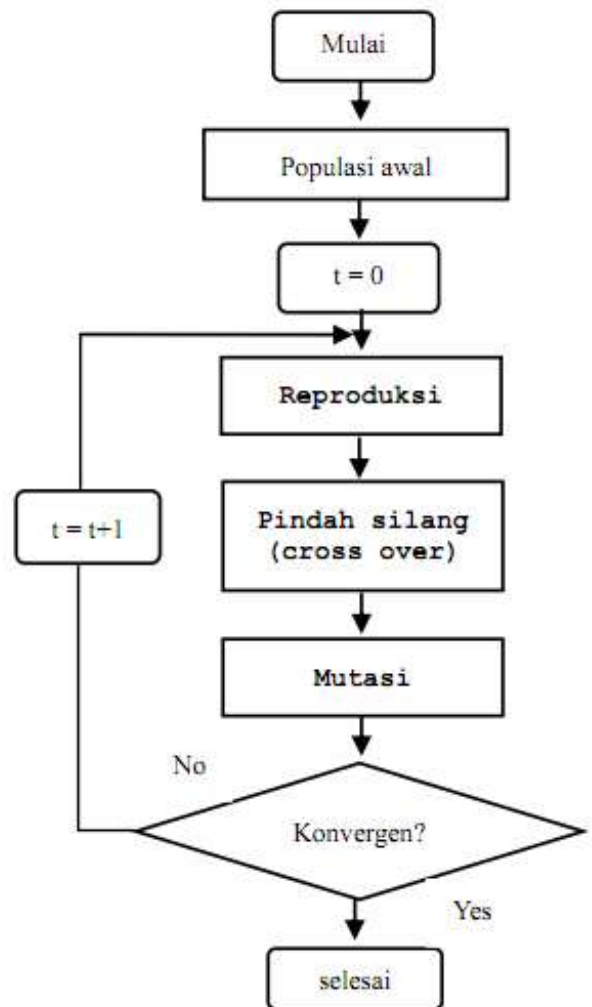
**Algoritma Genetika**

Pada penelitian ini Algoritma Genetika (GA) dipilih sebagai pengoptimasi. Pemilihan ini karena GA mampu memberikan solusi optimum global. GA sesungguhnya merupakan teknik pencarian secara random untuk menemukan penyelesaian dalam masalah optimasi yang menerapkan metode genetik sebagai model dalam penyelesaian masalah seperti: mutasi, seleksi dan pindah silang (*crossover*). Secara umum diagram alir GA ditunjukkan pada Gambar 5.

Secara garis besar struktur dasar dari GA adalah sebagai berikut (Rao, 2009):

- Membentuk suatu populasi individual secara acak

- yang terdiri dari  $n$  kromosom dengan panjang tertentu.
- Mengevaluasi *fitness* (fungsi yang akan dioptimumkan) dari setiap kromosom pada populasi
- Membentuk populasi baru dengan melakukan pengulangan dari langkah sebelumnya hingga didapatkan populasi baru yang lengkap.
- Menggantikan generasi yang lama dengan populasi yang baru.
- Apabila kondisi penghentian telah dipenuhi, berhenti, dan individu-individu dalam populasi terakhir merupakan solusi terbaik yang didapat.
- Jika kondisi penghentian tidak didapat, kembali ke langkah dua



**Gambar 5.** Diagram alir GA.

**Hasil dan Diskusi**

Sebagai validasi telah dilakukan analisis aerodinamika airfoil NACA 2412 pada bilangan Reynold  $Re = 3100000, 5700000$  dan  $8900000$ . Hasil-hasil yang diperoleh ditunjukkan pada Gambar

6, 7 dan 8. Dari seluruh hasil yang diperoleh tampak bahwa koefisien gaya angkat  $C_L$  airfoil NACA 2412 pada bilangan-bilangan Reynold tersebut yang diberikan oleh metode panel dengan model aliran tak viskos memberikan kesesuaian yang baik dengan hasil yang diperoleh dari eksperimen pada daerah di bawah sudut stall. Akan tetapi untuk sudut serang yang cukup tinggi (mendekati stall) pemodelan tak viskos sudah tidak dapat dipakai lagi. Di sisi lain, metoda panel dengan melibatkan interaksi viskos - tak viskos memberikan kesesuaian yang baik dengan hasil eksperimen di hampir semua kondisi sudut serang. Begitu juga untuk relasi  $C_D - C_L$ , hasil yang diperoleh dari metoda panel dengan interaksi viskos - tak viskos memberikan hasil yang lebih mendekati hasil eksperimen dibanding dengan pendekatan tak viskos. Kondisi ini seperti ditunjukkan pada Gambar 7-8 bagian (b).

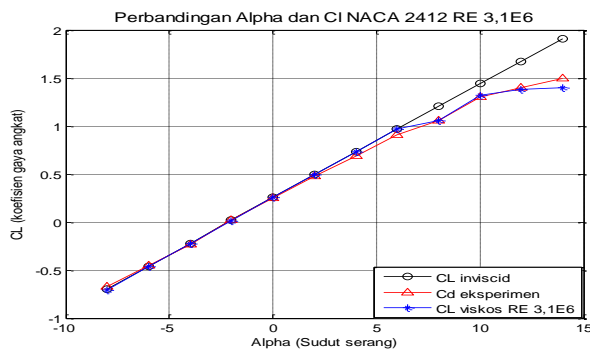
Masalah optimasi pada penelitian ini diformulasikan sebagai berikut

$$\min f(x) = \min - \left( \frac{C_L}{C_D} \right)_{max} \quad (11)$$

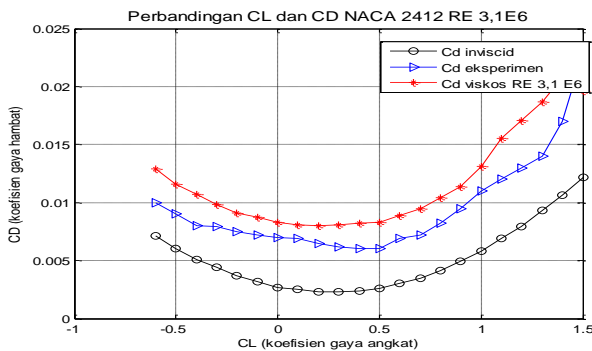
dengan batasan

$$-1.0 \leq x_1 \leq -0.08 \quad (12a)$$

$$0 \leq x_2 \leq -0.05 \quad (12b)$$

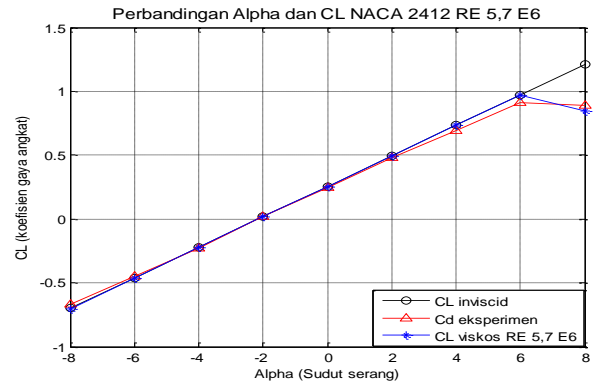


(a)

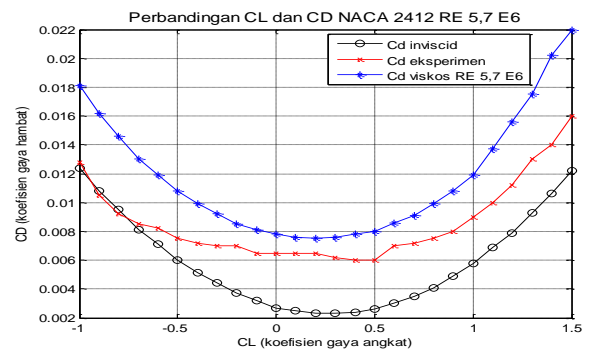


(b)

**Gambar 6.** (a)  $C_L - \alpha$  dan (b)  $C_D - C_L$  airfoil NACA 2412 dengan  $Re= 3.1 \times 10^6$ .

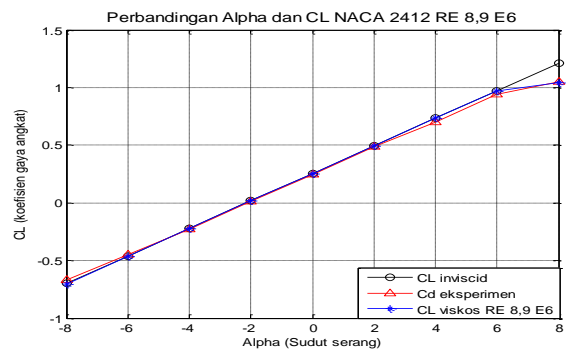


(a)

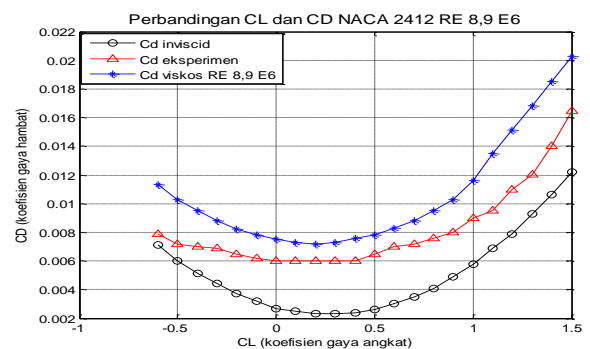


(b)

**Gambar 7.** (a)  $C_L - \alpha$  dan (b)  $C_D - C_L$  airfoil NACA 2412 dengan  $Re= 5.7 \times 10^6$ .



(a)



(b)

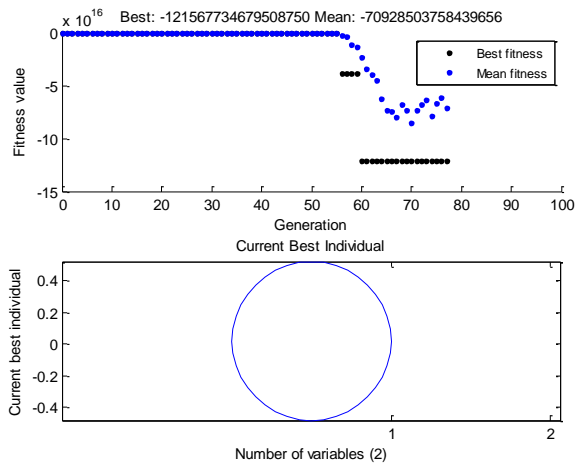
**Gambar 7.** (a)  $C_L - \alpha$  dan (b)  $C_D - C_L$  airfoil NACA 2412 dengan  $Re = 5.7 \times 10^6$ .

Batasan pada Pers. (12a) dan (12b) dimaksudkan agar ada jaminan geometri yang diperoleh dari transformasi Joukowski berbentuk airfoil dan berada di kwadran 2. Kondisi keberadaan seluruh koordinat airfoil berada di kwadran 2 ini diperlukan karena hal tersebut merupakan batasan pembacaan data geometri airfoil dari program panel yang disusun.

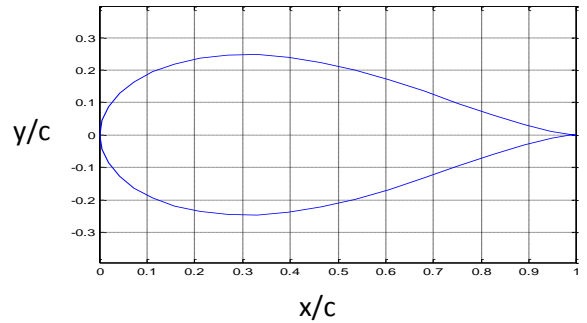
Optimasi dilakukan dengan menggunakan GA dengan parameter-parameter ditunjukkan pada Tabel 1. Pada optimasi ini dipilih bilangan Reynold  $Re = 3000000$ . Gambar 8 menunjukkan best dan mean fitness optimasi yang diperoleh. Adapun koordinat titik pusat lingkaran optimum diperoleh  $z = -0.9999 + i 0.0392$ . Lingkaran tersebut setelah ditransformasi dengan transformasi Joukowski bersesuaian dengan airfoil seperti ditunjukkan pada Gambar 9. Sedangkan karakteristik aerodinamik airfoil optimum yang dinyatakan dengan relasi  $C_L - \alpha$  dan  $C_D - C_L$  pada  $Re = 3000000$  ditunjukkan pada Gambar 10.

**Tabel 1** Parameter GA

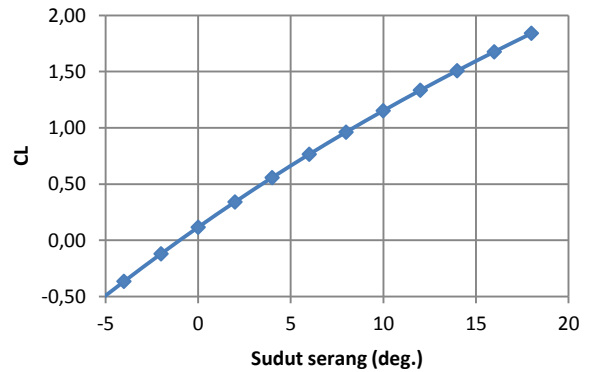
Parameter	Function or Value
Population type	Double vector
Population size	20
Generation	100
Selection	Stochastic uniform
Crossover	Scattered
Fitness scaling	Rank



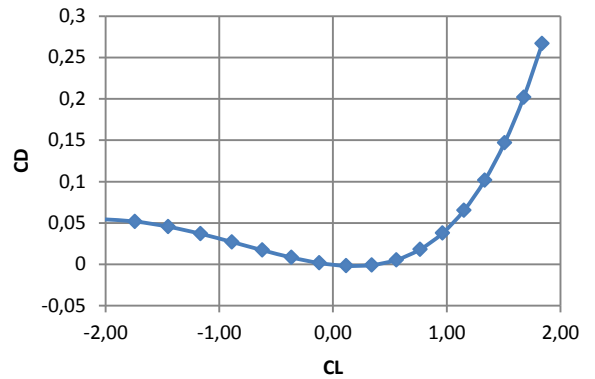
**Gambar 8.** Best dan mean fitness



**Gambar 9.** optimum



(a)



(b)

**Gambar 10.** (a)  $C_L - \alpha$  dan (b)  $C_D - C_L$  airfoil optimum dengan  $Re = 3.0 \times 10^6$ .

### Kesimpulan

Sebuah prosedur perancangan airfoil guna mendapatkan profil airfoil yang memiliki  $C_L/C_D$  maksimum telah disusun. Pada prosedur ini metode panel dengan model aliran tak viskos diterapkan guna analisis karakteristik aerodinamika. Dengan metode tersebut airfoil dibagi menjadi sejumlah panel dan pada setiap panel diletakkan model aliran singular vorteks dengan kekuatan linier. Dalam penelitian ini interaksi viskos – tak viskos dilibatkan untuk mengkaji efek viskositasnya. Sebagai pembangkit geometri diterapkan transformasi Joukowski yang memetakan bentuk lingkaran dengan titik pusat tertentu menjadi bentuk airfoil. Guna mendapatkan

$C_L/C_D$  maksimum prosedur optimasi diterapkan dengan menerapkan koordinat titik pusat lingkaran sebagai variabel perancangan dan  $C_L/C_D$  sebagai fungsi obyektif. Adapun sebagai pengoptimum (*optimizer*) dipilih algoritma genetika.

Dari hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa metoda panel yang dikembangkan memberikan hasil yang cukup valid guna meramalkan karakteristik aerodinamika airfoil 2D untuk berbagai sudut serang dan bilangan Reynold. Prosedur perancangan yang dibangun juga menunjukkan kemampuan dalam mendapatkan geometri airfoil dengan  $C_L/C_D$  maksimum pada bilangan Reynold tertentu. Meskipun demikian perlu dilakukan validasi lebih lanjut dan optimasi dengan bilangan Reynold yang lebih bervariasi. Di samping itu karena keterbatasan transformasi Joukowski dalam membangkitkan geometri airfoil maka perlu dicari metode alternatif guna pembangkitan geometri yang lebih umum lagi.

### Nomenklatur

$A_n$	koefisien pengaruh kecepatan normal (-)
$A_{t1}$	koefisien pengaruh kecepatan tangensial (-)
$c$	anjang chord (m)
$C_D$	koefisien gaya hambat (-)
$C_f$	koefisien friksi (-)
$C_L$	koefisien gaya angkat (-)
$C_p$	koefisien tekanan (-)
$Re$	bilangan Reynold (-)
$V_i$	kecepatan tangensial ( $\text{ms}^{-1}$ )
$V_\infty$	Kecepatan aliran tak terganggu ( $\text{ms}^{-1}$ )
$W$	fungsi transformasi Joukowski
$z$	koordinat kompleks (m)

### Greek letters

$\alpha$	sudut serang (deg.)
$\delta^*$	tebal perpindahan (m)
$\gamma$	kekuatan vorteks per satuan panjang ( $\text{ms}^{-1}$ )

### Referensi

Abbot, I.R., Doenhoff, A.E., Theory of wing section, Dover Publication, Inc., New York (1949).

Haryanto, I., Suryo Utomo, M.S.K.T., Labib, M.N., Pengembangan perancangan airfoil sudu turbin angin kecepatan rendah berbasis komputasi cerdas, Rotasi, Vol. 11, No. 4, Oktober 2009.

Haryanto, I., Suryo Utomo, M.S.K.T., Sinaga, N., Rosalia, C. A., Pratama, A., Optimization of maximum lift to drag ratio on airfoil design based on artificial neural network utilizing genetic algorithm, ICOME 2013, Lombok, 12 – 14 September (2013).

Katz, J., Plotkin, A., Low-speed aerodynamics, 2<sup>nd</sup> ed., Cambridge University Press (2001).

Khari, R., Pengembangan metoda analitis guna penentuan nilai koefisien gaya angkat pada airfoil tak simetris menggunakan metoda regresi polinomial multivariabel, Tugas Sarjana, Jurusan Teknik Mesin, Universitas Diponegoro (2011).

Kreyszig, E., Advanced engineering mathematics, 10<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons, Inc. (2011).

Kueth, A.M., Chow, C.Y., Foundation of Aerodynamics, 5<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons, Inc. (1998).

Primayuda, N., Pengembangan metoda analitis guna penentuan nilai  $C_L$  pada airfoil simetris menggunakan metoda regresi polinomial multivariabel, Tugas Sarjana, Jurusan Teknik Mesin, Universitas Diponegoro (2011).

Rao, S.S., Engineering optimization: theory and practice, 5<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons, Inc. (2009).