

Synthesis and Analysis of Planar 3-RRR Parallel Mechanism

Syamsul Huda^{1,*}, Melzi Armal¹ dan Mulyadi Bur¹

¹Jurusan Teknik Mesin, Universitas Andalas - Padang

*Korespondensi: syamsulhuda@ft.unand.ac.id

Abstract. This paper discussing about synthesis and analysis of three degree of freedom planar parallel mechanism with revolute-revolute- revolute (RRR) kinematic link configuration consists of output rod (platform), three mechanism links and stationary rod (base). Complexity of mechanical structure, kinematic performance, working space and inter-component interference should be considered at mechanism design phase. Kinematic synthesis is focused on determination of kinematic constant dimension that produces large working space with kinematic rigidity consideration. Further steps being done on kinematic analysis are formulation of inverse kinematic and forward kinematic equation and dimensional error impact on platform motion precision. Evaluation of kinematic constant dimensional error shows that crank length error affects platform position error, which 1 mm error yields 2.12 mm of absolute position error of platform. Platform orientation error affected by platform radius which 1 mm error yields 1.2 degrees deviation of platform orientation. This study succeeded to formulate inverse and forward kinematic equation for planar 3-RRR mechanism. Further study yields result that radius of crank and platform are sensitive toward translational and rotational motion preciseness of output rod.

Abstrak. Pada makalah ini dibahas tentang sintesis dan analisis mekanisme parallel planar tiga derajat kebebasan dengan konfigurasi rantai kinematik revolusi-revolusi-revolusi (RRR) yang merupakan mekanisme yang disusun oleh batang output (platform), tiga rantai kinematik dan sebuah batang diam (base). Dalam mendesain sebuah mekanisme ini ada beberapa hal yang harus dipertimbangkan yaitu kerumitan struktur mekanik, performa gerak, workingspace dan interferensi antar komponen. Sintesis kinematik difokuskan pada penentuan dimensi konstanta kinematik yang dapat menghasilkan workingspace yang besar dengan pertimbangan kekakuan kinematiknya. Selanjutnya pada analisis kinematik diformulasikan persamaan kinematik inverse dan kinematik forward serta pengaruh kesalahan dimensi terhadap kepresisian gerak platform. Merujuk pada evaluasi kesalahan dimensi konstanta kinematik, didapatkan bahwa kesalahan panjang crank sangat berpengaruh terhadap kesalahan posisi platform dimana untuk 1 mm kesalahan ini menyebabkan kesalahan absolut posisi platform sebesar 2.12 mm, sedangkan kesalahan orientasi platform sangat dipengaruhi oleh jari-jari platform dimana untuk 1 mm kesalahan menyebabkan 1.2 derajat penyimpangan orientasi platform. Pada penelitian ini telah berhasil diformulasikan persamaan kinematik inverse dan forward mekanisme 3-RRR planar. Selanjutnya juga diketahui bahwa jari-jari crank dan platform sangat sensitif terhadap kepresisian gerak translasi dan rotasi batang output.

Kata kunci: sintesis kinematik, analisis kinematik, mekanisme paralel planar

© 2017. BKSTM-Indonesia. All rights reserved

Pendahuluan

Mekanisme paralel planar tiga derajat kebebasan cukup menarik dipakai untuk berbagai aplikasi khususnya untuk pengontrolan posisi dengan gerak presisi. Hal ini terkait dengan sifat alamiahnya yang dapat menghasilkan kekakuan tinggi relatif terhadap inersia komponen Bergeraknya. Di sisi lain mekanisme ini memiliki keterbatasan dalam capaian *workingspace* yang disebabkan oleh kompleksitas struktur mekanik dan munculnya perilaku singular di dalam *working-space*. Kedua faktor tersebut menjadi kajian menarik bagi para peneliti dan praktisi yang menekuni bidang kajian robot paralel.

Kajian terhadap capaian *workingspace* telah menjadi bagian terpenting dalam sintesis dimensi mekanisme paralel *planar* [1, 3]. Pengaruh singulariti dan dekeriti dijadikan sebagai acuan dalam penentuan dimensi konstanta kinematik. Selanjutnya terkait dengan bahasan singulariti juga dibahas secara khusus untuk mekanisme *planar* ini, [4.5]. Analisis singulariti ini dilakukan berbasis metode *screw* dimana melibatkan gaya yang dapat ditransmisikan oleh rantai kinematik. Metode ini tidak melibatkan matriks Jacobi yang menyatakan hubungan antara kecepatan input dan output, [6].

Hal lain dalam analisis kinematik yang krusial pada mekanisme paralel secara umum adalah analisis perpindahan secara *forward*. Hal ini terkait dengan penentuan kemungkinan konfigurasi meka-

nisme saat join aktif terkunci. Kompleksitas struktur kinematik telah menghasilkan hubungan antara perpindahan join input dengan platform dalam persamaan nonlinier yang dihasilkan oleh masing-masing rantai kinematik yang harus diselesaikan secara bersamaan. Berbagai metode dalam penyelesaian persamaan kinematik forward ini telah menjadi kajian yang fundamental dan menarik bagi para peneliti dan praktisi, [7-9]. Berbeda dengan kasus kinematik invers lebih mudah diterapkan karena masing-masing perpindahan join input dapat dihitung secara terpisah.

Disain mekanisme paralel secara garis besar meliputi tahapan sintesis tipe yang menyatakan konfigurasi rantai kinematik yang digunakan, sedangkan sintesis dimensi ditujukan untuk menentukan dimensi semua konstanta kinematik. Khusus pada sintesis dimensi dilakukan dengan berbagai kriteria terkait dengan performan mekanisme seperti transmisi gaya, dekteriti, *workingspace*, [10-12]. Disamping itu kajian yang cukup penting dalam tahapan desain adalah kesensitifan gerak platform terhadap kesalahan dimensi konstanta kinematik [2], [13]. Hal perlu dipertimbangkan karena kelebihan mekanisme paralel ini dibandingkan dengan mekanisme seri adalah dari segi kepresisian dan ketelitian geraknya.

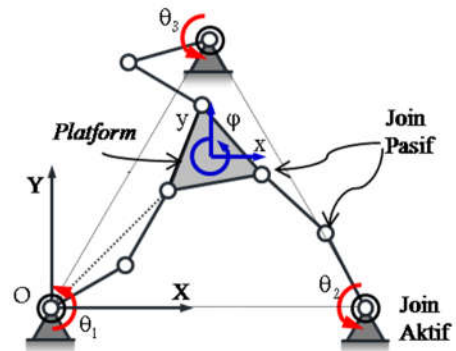
Semua kajian terkait dengan mekanisme paralel dari segi analisis kinematik dan performannya seperti *workingspace*, singulariti dan sensitiviti adalah uniq sangat tergantung pada konfigurasi rantai kinematiknya. Sehubungan dengan itu pada tulisan ini akan dibahas kinematik mekanisme paralel 3-RRR terkait dengan kinematik invers dan forward serta analisis kesensitifannya terhadap kesalahan dimensi konstanta kinematik yang dapat digunakan sebagai referensi dalam pemberian toleransi dalam manufaktur dan proses assembly untuk menghasilkan output gerak yang presisi dan teliti.

Konfigurasi Mekanisme Planar 3-RRR

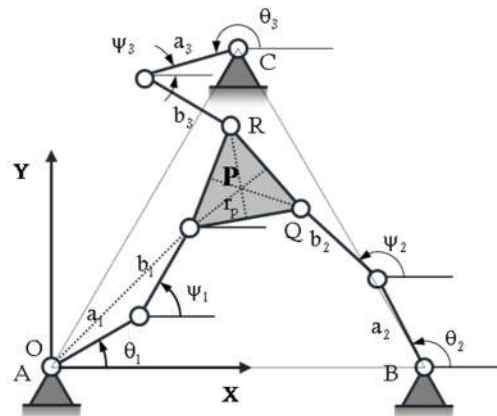
Mekanisme paralel 3-RRR disusun oleh platform sebagai batang output, rantai kinematik dengan konfigurasi RRR dan base sebagai ground. Platform menghasilkan gerak translasi bidang dan rotasi pada sumbu yang tegak lurus bidang platform. Selanjutnya gerak platform ini dikontrol oleh tiga penggerak yang dihubungkan pada join revoluit yang menghubungkan rantai kinematik ke base yang dipilih sebagai join aktif seperti diperlihatkan pada gambar 1.

Mekanisme paralel planar 3-RRR pada kasus simetri dan identik memiliki empat konstanta kinematik yang dinyatakan dengan jarak antara join aktif pada base, s_b , panjang crank, a_i ($i = 1,2,3$), batang yang menghubungkan crank dengan join

revoluit pada platform, (coupler) b_i ($i = 1,2,3$) dan jari-jari platform, r_p . Keempat konstanta tersebut diilustrasikan dalam bentuk diagram kinematik seperti diperlihatkan pada gambar 2.

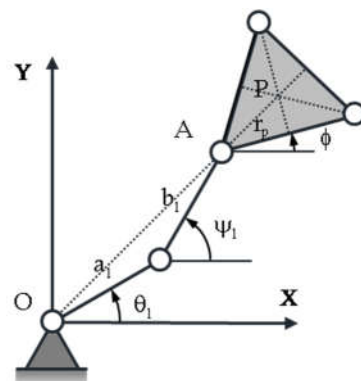


Gambar 1. Diagram kinematik mekanisme paralel planar 3-RRR



Gambar 2. Konstanta kinematik mekanisme paralel planar 3-RRR

Analisis posisi mekanisme paralel planar 3-RRR dilakukan dengan mengevaluasi satu persatu rantai kinematik. Evaluasi ini dilakukan dengan mengacu kepada titik referensi, seperti diperlihatkan pada gambar 3. Titik O pada gambar 3 dijadikan sebagai titik acuan dalam proses analisis kinematik. Semua perpindahan titik pada platform mekanisme ditinjau relatif terhadap titik referensi ini.



Gambar 3. Posisi titik pusat platform mekanisme paralel planar 3-RRR relatif terhadap koordinat referensi

Berdasarkan gambar 3 dapat diturunkan persamaan posisi join revolusi pada platform. Pertama ditinjau posisi titik A relatif terhadap koordinat referensi (O) yang dapat dinyatakan dengan persamaan berikut

$$\overline{OA} = \overline{OD} + \overline{DA} \quad , [14] \quad (1)$$

diperoleh nilai koordinat pada persamaan

$$\begin{cases} x_A = a_1 \cos(\theta_1) + b_1 \cos(\theta_1 + \psi_1) \\ y_A = a_1 \sin(\theta_1) + b_1 \sin(\theta_1 + \psi_1) \end{cases} \quad (2)$$

dengan cara mengkuadratkan kedua sisi persamaan (2), untuk posisi arah sumbu-x dan sumbu-y yang dilanjutkan dengan operasi penjumlahan maka didapatkan persamaan (3)

$$x_A^2 - 2x_A a_1 \cos(\theta_1) + y_A^2 - 2y_A a_1 \sin(\theta_1) + a_1^2 - b_1^2 = 0 \quad (3)$$

untuk rantai kinematik ke -2 didapatkan persamaan

$$\begin{cases} x_A^2 + y_A^2 + x_Q^2 + y_Q^2 + h^2 + a_2^2 - b_2^2 - 2x_A x_Q - 2y_A y_Q + 2x_A h \cos(\phi) \\ + 2y_A h \sin(\phi) + 2x_Q a_2 \cos(\theta_2) + 2y_Q a_2 \sin(\theta_2) \\ - 2x_Q h \cos(\theta_2) - 2y_Q h \sin(\theta_2) - 2a_2 \cos(\theta_2) h \cos(\phi) \\ - 2a_2 \sin(\theta_2) h \sin(\phi) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Perpindahan pada rantai kinematik yang ke-3 dinyatakan dengan persamaan

$$\begin{cases} x_A^2 + y_A^2 + x_R^2 + y_R^2 + h^2 + a_3^2 - b_3^2 - 2x_A x_R - 2y_A y_R + 2x_A h \cos\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) \\ + 2y_A h \sin\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) + 2x_R a_3 \cos(\theta_3) - 2y_R a_3 \sin(\theta_3) - 2a_3 h \cos\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) \cos(\theta_3) \\ - 2x_R h \cos\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) - 2y_R h \sin\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) + 2x_R a_3 \cos(\theta_3) + 2y_R a_3 \sin(\theta_3) \\ - 2a_3 h \sin\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) \sin(\theta_3) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Untuk melakukan analisis perpindahan dengan metode kinematik *invers* posisi dan orientasi platform (x_p, y_p, ϕ) ditentukan selanjutnya besar perpindahan sudut input, $(\theta_1, \theta_2, \text{ dan } \theta_3)$ dapat dihitung. Selanjutnya penurunan persamaan kinematik *invers* dilakukan dengan mengekspresikan persamaan (3) dalam bentuk yang lebih sederhana

$$-2y_p a_1 = e_1 \quad (6)$$

$$-2x_p a_1 = e_2 \quad (7)$$

dan

$$x_p^2 + y_p^2 + a_1^2 - b_1^2 = e_3 \quad (8)$$

Berdasarkan persamaan (6), (7) dan (8) maka diperoleh persamaan

$$e_1 \sin(\theta_1) + e_2 \cos(\theta_1) + e_3 = 0 \quad (9)$$

Dengan menggunakan sifat identitas trigonometri

$$\sin(\theta_1) = \frac{2t_1}{1+t_1^2} \quad \text{dan} \quad \cos(\theta_1) = \frac{1-t_1^2}{1+t_1^2} \quad , \quad \text{dimana}$$

$$t_1 = \tan\left(\frac{\theta_1}{2}\right) \quad \text{dan dengan mensubstitusikan identitas}$$

trigonometri tersebut maka persamaan (9) dapat ditulis menjadi

$$e_1 \left(\frac{2t_1}{1+t_1^2} \right) + e_2 \left(\frac{1-t_1^2}{1+t_1^2} \right) + e_3 = 0 \quad (10)$$

Persamaan (10) disederhanakan dengan cara menyamakan penyebut sehingga diperoleh persamaan

$$\frac{2t_1 e_1 + e_2 - t_1^2 e_2 + e_3 + t_1^2 e_3}{1+t_1^2} = 0 \quad (11)$$

dengan mengasumsikan bahwa $1+t_1^2 \neq 0$ maka diperoleh persamaan

$$2t_1 e_1 + e_2 - t_1^2 e_2 + e_3 + t_1^2 e_3 = 0 \quad (12)$$

Persamaan (12) dapat disederhanakan menjadi

$$(e_3 - e_2) t_1^2 + 2t_1 e_1 + e_2 + e_3 = 0 \quad (13)$$

Dengan demikian nilai θ_1 pada persamaan (9) dapat dinyatakan dengan

$$\theta_1 = 2 \tan^{-1} \frac{-e_1 \pm \sqrt{e_1^2 + e_2^2 - e_3^2}}{e_3 - e_2} \quad (14)$$

Nilai dari θ_2 dan θ_3 dapat dihitung dengan langkah yang sama dengan cara untuk menghitung θ_1 .

Kinematik *forward* merupakan kebalikan dari kinematik *invers* pada kasus ini posisi dari perpindahan platform $(x_p, y_p, \text{ dan } \phi)$ akan diketahui setelah memberikan perpindahan join aktif $(\theta_1, \theta_2, \text{ dan } \theta_3)$. Dengan mengacu ke persamaan (3), (4), dan (5) kemudian disederhanakan sehingga diperoleh

$$-2a_1 \cos(\theta_1) = e_1 \quad (15)$$

$$-2a_1 \sin(\theta_1) = e_2 \quad (16)$$

$$a_1^2 - b_1^2 = e_3 \quad (17)$$

$$-2x_Q + 2h \cos(\phi) - 2a_2 \cos(\theta_2) = e_{21} \quad (18)$$

$$-2y_Q + 2h \sin(\phi) - 2a_2 \sin(\theta_2) = e_{22} \quad (19)$$

$$\begin{cases} x_Q^2 + y_Q^2 + h^2 + a_2^2 - b_2^2 - 2a_2 h \cos(\phi) \cos(\theta_2) - 2a_2 h \sin(\phi) \sin(\theta_2) \\ - 2x_Q h \cos(\phi) - 2y_Q h \sin(\phi) + 2x_Q a_2 \cos(\theta_2) + 2y_Q a_2 \sin(\theta_2) = e_{23} \end{cases} \quad (20)$$

$$-2x_R + 2h \cos\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) - 2a_3 \cos(\theta_3) = e_{31} \quad (21)$$

$$-2y_R + 2h \sin\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) - 2a_3 \sin(\theta_3) = e_{32} \quad (22)$$

$$\begin{cases} x_R^2 + y_R^2 + h^2 + a_3^2 - b_3^2 - 2a_3h \cos\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right)\cos(\theta_3) - 2a_3h \sin\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right)\sin(\theta_3) \\ -2x_Rh \cos\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) - 2y_Rh \sin\left(\phi + \frac{\pi}{3}\right) + 2x_Ra_3 \cos(\theta_3) + 2y_Ra_3 \sin(\theta_3) = e_{33} \end{cases} \quad (23)$$

Dengan menyederhanakan persamaan (21),(22) dan (23) diperoleh

$$x_P^2 + y_P^2 + e_{11}x_P + e_{12}y_P + e_{13} = 0, \quad (24)$$

$$x_P^2 + y_P^2 + e_{21}x_P + e_{22}y_P + e_{23} = 0, \quad (25)$$

$$x_P^2 + y_P^2 + e_{31}x_P + e_{32}y_P + e_{33} = 0, \quad (26)$$

Kemudian dengan catatan nilai dari e_{11} , e_{12} , dan e_{13} konstan maka e_{21} , e_{22} , e_{23} , e_{31} , e_{32} , e_{33} adalah fungsi linier dari $\cos(\phi)$ dan $\sin(\phi)$. Persamaan (24), (25), dan (26) dapat disederhanakan dengan mengurangi persamaan (24) dengan (25) dan persamaan (25) dengan (26).

$$e'_{11} x_P + e'_{12} y_P + e'_{13} = 0, \quad (27)$$

$$e'_{21} x_P + e'_{22} y_P + e'_{23} = 0, \quad (28)$$

dimana $e'_{11} = e_{11} - e_{21}$, $e'_{12} = e_{12} - e_{22}$, $e'_{13} = e_{13} - e_{23}$, $e'_{21} = e_{21} - e_{31}$, $e'_{22} = e_{22} - e_{32}$, dan $e'_{23} = e_{23} - e_{33}$ adalah fungsi linier dari $\cos(\phi)$ dan $\sin(\phi)$.

Persamaan kekakuan kinematik dihitung berdasarkan kemampuan setiap rantai untuk menahan gaya yang diberikan pada *platform*. Dalam hal ini berupa gaya pada bidang *platform* dan momen yang searah sumbu yang tegak lurus terhadap *platform*. Masing-masing batang baik *crank* dan *coupler* diasumsikan sebagai batang dua gaya. Berdasarkan asumsi ini dapat diperoleh hubungan antara torsi pada sambungan aktif τ_1 , τ_2 , dan τ_3 , gaya pada *platform*, $f=[f_x, f_y, 0]$ dan momen pada *platform*, $n=[0, 0, n_z]^T$. Gaya yang bekerja pada setiap sambungan pada join pasif dapat dituliskan dalam bentuk persamaan

$$f_i = \frac{f_i b_i}{b_i} \text{ untuk } i=1,2,3 \quad (29)$$

dimana i merupakan rantai kinematik yang ke-, f_i merupakan besaran dari f , b_i merupakan vektor dari \overline{DA} , \overline{EB} , dan \overline{FC} , b_i merupakan besaran dari b_i . Dengan menjumlahkan semua gaya yang bekerja pada *platform* didapatkan persamaan

$$\sum_{i=1}^3 \frac{f_i b_i}{b_i} = [f_x, f_y, 0]^T, \quad (30)$$

Jumlah momen yang pada titik pusat *platform*, P didapatkan persamaan

$$\sum_{i=1}^3 \frac{e_i \times f_i b_i}{b_i} = [0, 0, n_z]^T, \quad (31)$$

Persamaan (34) dan (35) dapat ditulis dalam bentuk

$$\begin{bmatrix} \frac{b_{1x}}{b_1} & \frac{b_{2x}}{b_2} & \frac{b_{3x}}{b_3} \\ \frac{b_{1y}}{b_1} & \frac{b_{2y}}{b_2} & \frac{b_{3y}}{b_3} \\ \frac{e_{1x} b_{1y} - e_{1y} b_{1x}}{b_1} & \frac{e_{2x} b_{2y} - e_{2y} b_{2x}}{b_2} & \frac{e_{3x} b_{3y} - e_{3y} b_{3x}}{b_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ n_z \end{bmatrix} \quad (32)$$

f_i for $i = 1, 2$, dan 3 dapat ditemukan dari *invers* transformasi persamaan (36). torsi yang bekerja pada join aktif dapat dinyatakan dengan,

$$\tau_i = \frac{f_i (a_{ix} b_{iy} - a_{iy} b_{ix})}{b_i}. \quad (33)$$

Dengan mensubstitusikan f_i pada persamaan (36) dan (37) diperoleh

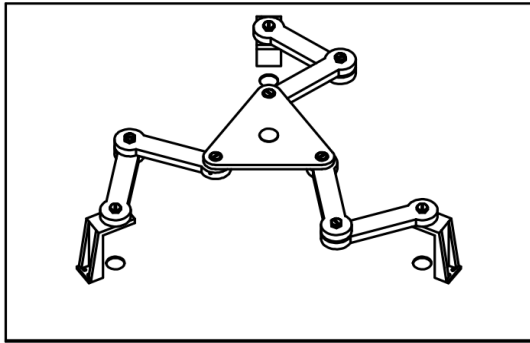
$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ n_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b_{1x}}{a_{1x} b_{1y} - a_{1y} b_{1x}} & \frac{b_{2x}}{a_{2x} b_{2y} - a_{2y} b_{2x}} & \frac{b_{3x}}{a_{3x} b_{3y} - a_{3y} b_{3x}} \\ \frac{b_{1y}}{a_{1x} b_{1y} - a_{1y} b_{1x}} & \frac{b_{2y}}{a_{2x} b_{2y} - a_{2y} b_{2x}} & \frac{b_{3y}}{a_{3x} b_{3y} - a_{3y} b_{3x}} \\ \frac{e_{1x} b_{1y} - e_{1y} b_{1x}}{a_{1x} b_{1y} - a_{1y} b_{1x}} & \frac{e_{2x} b_{2y} - e_{2y} b_{2x}}{a_{2x} b_{2y} - a_{2y} b_{2x}} & \frac{e_{3x} b_{3y} - e_{3y} b_{3x}}{a_{3x} b_{3y} - a_{3y} b_{3x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Dengan menggunakan persamaan (38) jika torsi input diketahui maka nilai gaya pada *platform* dapat dihitung.

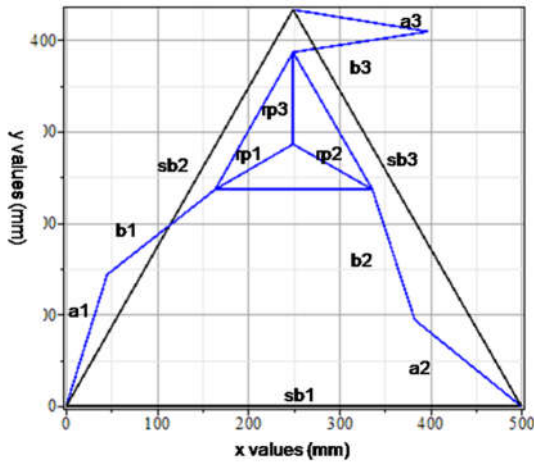
Formulasi untuk persamaan kinematik *forward* dan *invers* dievaluasi melalui simulasi numerik. Pada makalah ini digunakan program Maple 16 untuk proses kalkulasi. Pada kinematik *invers* posisi dan orientasi *platform*, (x_p, y_p, ϕ) diberikan kemudian dihitung besar sudut input, $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$. Pada kasus kinematik *forward* diberikan sudut input kemudian dihitung orientasi dan posisi *platform*.

Simulasi program *invers* diberikan dengan menghitung perpindahan sudut input untuk beberapa titik yang terdapat pada *workspace*. Output gerak dari *platform* dinyatakan dengan (x_p, y_p, ϕ) . Dalam hal ini dievaluasi pada sepuluh titik. Proses kalkulasi diterapkan pada mekanisme dengan konstanta yang sudah dioptimasi untuk mendapatkan *workspace* yang besar. Besar konstanta kinematik tersebut adalah: jari-jari *platform* $rp_1 = rp_2 = rp_3 = 100$ mm, panjang *Crank* $a_1 = a_2 = a_3 = 150$ mm, panjang *Coupler* $b_1 = b_2 = b_3 = 150$ mm, dan panjang sisi *base* $sb_1 = sb_2 = sb_3 = 500$ mm

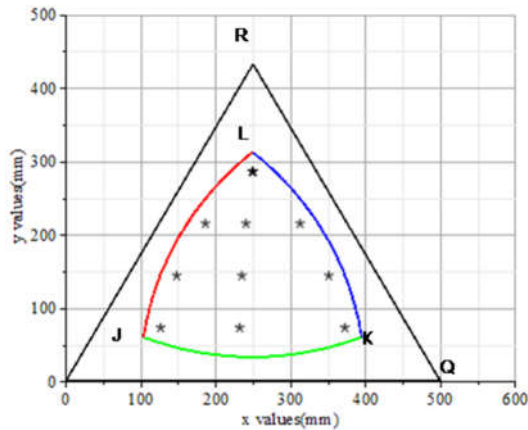
Diagram CAD dan kinematik mekanisme ini diperlihatkan pada gambar 4 dan 5 secara berturut-turut sedangkan titik evaluasi pada *workspace* diberikan pada gambar 6.



Gambar 4. Diagram CAD mekanisme 3-RRR



Gambar 5. Diagram kinematik mekanisme 3-RRR



Gambar 6. Titik evaluasi untuk kinematik *invers* dan *forward* pada *workingspace*

Hasil simulasi program kinematik *invers* ini diberikan pada Tabel 1. Dalam tabel ini tersaji output gerak *platform* dan perpindahan sudut input. Dalam hal ini perubahan orientasi *platform* diberikan sebesar 0 derajat untuk semua posisi *platform*.

Tabel 1. Hasil evaluasi program *invers* dengan mekanisme 3-RRR *planar*

input		Output (derajat)			
ϕ (derajat)	x_p (mm)	y_p (mm)	θ_1	θ_2	θ_3
0.00	127.16	73.42	111.02	-167.88	-98.52

0.00	232.45	73.42	69.62	-134.83	-64.01
0.00	372.84	73.42	21.48	-128.98	-47.88
0.00	148.48	144.34	124.65	-179.22	-73.86
0.00	235.50	144.34	86.37	-160.10	-43.50
0.00	351.52	144.34	39.98	-168.83	-17.29
0.00	186.85	215.26	108.65	164.71	-54.65
0.00	240.98	215.26	88.03	173.46	-27.56
0.00	313.15	215.26	56.93	171.13	1.76
0.00	250.00	286.18	72.12	141.48	-8.98

Selanjutnya hasil kalkulasi kinematik *invers* yang diberikan pada tabel 1 divalidasi dengan kinematik *forward*. Hal ini dilakukan dengan menjadi sudut input yang diperoleh sebagai input kinematik *forward* kemudian dihitung posisi dan orientasi *platform*. Hasil penghitungan kinematik *forward* ini diperlihatkan pada tabel 2. Dari proses kedua kalkulasi tersebut diperoleh hasil yang sama. Hal ini digunakan untuk mengevaluasi kevalidan kedua proses kalkulasi analisis posisi.

Tabel 2. Hasil evaluasi program *forward* mekanisme 3-RRR *planar*.

Input (derajat)			Output		
θ_1	θ_2	θ_3	x_p (mm)	y_p (mm)	ϕ (degree)
111.02	-167.88	-98.52	127.16	73.42	-1.18 x10 ⁻⁰⁶
69.62	-134.83	-64.01	232.45	73.42	-5.49 x10 ⁻⁰⁷
21.48	-128.98	-47.88	372.84	73.42	2.95 x10 ⁻⁰⁷
124.65	-179.22	-73.86	148.48	144.34	-1.34 x10 ⁻⁰⁷
86.37	-160.10	-43.50	235.50	144.34	-3.15 x10 ⁻⁰⁷
39.98	-168.83	-17.29	351.52	144.34	1.03 x10 ⁻⁰⁷
108.65	164.71	-54.65	186.85	215.26	3.25 x10 ⁻⁰⁶
88.03	173.46	-27.56	240.98	215.26	2.04 x10 ⁻⁰⁶
56.93	171.13	1.76	313.15	215.26	1.83 x10 ⁻⁰⁶
72.12	141.48	-8.98	250.00	286.18	4.48 x10 ⁻⁰⁶

Kesalahan dimensi konstanta kinematik akan mempengaruhi keakuratan gerak *platform*. Evaluasi pada rancangan konstanta kinematik pada mekanisme paralel *planar* 3-RRR dilakukan untuk mengetahui performa gerak dan seberapa besar nilai penyimpangan gerak *platform* di dalam daerah *workingspace*. Besar kesalahan dimensi yang diberikan pada setiap konstanta kinematik yaitu -1 mm. Hal ini dikarenakan untuk melihat lebih jelas besarnya nilai penyimpangan yang terjadi pada *platform* relatif terhadap nominal kesalahan dimensi konstanta kinematik. Evaluasi ini dilakukan dengan menggunakan program kinematik *forward*. Perbedaan orientasi *platform* untuk mekanisme yang

mengalami kesalahan konstanta kinematik dibandingkan dengan mekanisme tanpa mengalami kesalahan. Nominal pe-nyimpangan tersebut diperlihatkan pada tabel 3.

Tabel 3. Hasil evaluasi kesalahan dimensi konstanta kinematik

Konstanta Kinematik	Penyimpangan posisi (x,y) mm	Penyimpangan orientasi platform (ϕ) deg
Jari-jari <i>platform</i>	2.10467	1.217°
<i>Crank</i>	1.63467	0.86317°
<i>Coupler</i>	2.12034	0.39227°
Panjang sisi <i>base</i>	1.84313	0.9994°

Berdasarkan tabel 3 diketahui bahwa ada empat sumber kesalahan dimensi linier dari konstanta kinematik yaitu jari-jari *platform*, panjang *crank*, panjang *coupler* dan panjang sisi *base* yang menyatakan jarak antara pemasangan rantai kinematik pada *base*. Dari proses kalkulasi terlihat bahwa kesalahan pada panjang *coupler* sangat sensitif terhadap kesalahan gerak translasi *platform*. Hal disebabkan oleh arah vektor gaya yang diteruskan oleh *coupler* ke *platform* bergantung kepada orientasi *coupler*. Di sisi lain kesalahan orientasi *platform* sangat sensitif terhadap orientasi *platform*. Hal disebabkan oleh jari-jari *platform* menentukan besar momen yang diteruskan oleh rantai kinematik ke pusat *platform* seperti diberikan pada persamaan (35).

Kesimpulan

Pada makalah ini telah berhasil diformulasikan persamaan kinematik *forward* dan *invers* untuk mekanisme 3-RRR *planar* serta optimasi konstanta kinematik dengan menggunakan indeks kekakuan statik. Selanjutnya juga telah berhasil diketahui tingkat kesensitifan gerak *platform* terhadap kesalahan dimensi konstanta kinematik dalam hal ini adalah kesalahan pada batang *coupler* dan jari-jari *platform*.

Referensi

[1] Huang, M. Z., (2011). Design of a planar parallel robot for optimal workspace and dexterity, *International Journal Advanced Robotic System*, Vol. 8, No. 4, pp.176-183.
 [2] Daneshmand, M., Saadatzi, M.H and Masouleh, M. T., (2013). Kinematic sensitivity and optimization of planar parallel mechanism using evolutionary techniques, *Proceeding of the 2013 RSI/ISM International Conference on Robotic and Mechatronics*, pp.384-389.

[3] Novin, S.R., Masouleh, M.T. and Yazdani, M., (2016). A new neural gas network approach for obtaining the singularity-free workspace of 3-dof planar parallel manipulators. *Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers, Part C:Journal Mechanical Engineering Science*, 0954406216672686
 [4] Bonev.,I.A., Zlatanov, D. and Gosselin, C. M., (2003). Singularity analysis of 3-dof planar parallel mechanism via screw theory. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 125, pp. 573-580.
 [5] Choi, J-H, Seo, T-W. and Lee, J.W., (2013). Singularity analysis of a planar parallel mechanism with revolute joints based on a geometric approach. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, Vol. 14. No. 9, pp.1369-1374.
 [6] Gosselin, C., Laliberte, T. and Veillette, A., (2015). Singularity-free kinematically redundant planar parallel mechanisms with unlimited rotational capability, *IEEE Transaction on Robotics*, Vol. 31, No. 2, pp. 457-467.
 [7] MERLET, J.-P. (1996). Direct kinematics of planar parallel manipulators. In., *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*. pp. 3744-3749.
 [8] Kong, X., and Gosselin, C. M. (2001). Forward displacement analysis of third-class analytic 3-RPR planar parallel manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, Vol.36, No. 9,pp. 1009-1018.
 [9] Wenger, P., Chablat, D., and Zein, M. (2007). Degeneracy study of the forward kinematics of planar 3-RPR parallel manipulators. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 129, no. 12, pp.1265-1268.
 [10] Wang, R. and Zhang, X.(2017). Optimal design of a planar parallel 3-dof nanopositioner with multi-objective, *Mechanism and Machine Theory*, No.112, pp. 61-83.
 [11] Dou, R., (2009). Optimum design of 3-RRR planar parallel manipulators, *Proc. IMechE Vol. 224 Part C: J. Mechanical Engineering Science*, pp. 411-418.
 [12] Gosselin, C. and Angeles, J.(1988) The optimum kinematic design a planar three-degree-of-freedom parallel manipulator, *Journal of Mechanism, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 110, pp. 35-41.
 [13] Fattah A. and Agrawal, S.K., (2006). On the design of reactionless 3-dof planar parallel mechanisms, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 41, pp. 70-82.
 [14] Caro, S., Binaud, N. and Wenger, P., (2009),

Sensitivity analysis of 3-RPR Planar parallel manipulators, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 131, pp. 121005(1-13)

- [15] Tsai, L-W. Robot Analysis: the mechanics of serial and parallel manipulator. John Willey and Sons, New York, 1990