

Karakteristik dan respon dinamik struktur platudukan motor dengan kekakuan non-linier lokal (Characteristic and dynamic response structure of an engine mounting plate with local non-linear stiffness)

Claudia Kurniawan^{1,*}, Sangriyadi Setio¹

¹Fakultas Teknik Mesin dan Dirgantara, Institut Teknologi Bandung – Bandung

*Corresponding author :angela_claudia@students.itb.ac.id

Abstract Generally, the material and structure have non-linear properties. However, both static and dynamic structural calculations are solved linearly because of the complexity and time-consuming of calculations if done non-linearly. For certain cases the simplification of the non-linear system into a linear system or linearly calculated is no longer sufficient. If the material works outside the linear region, then the structure must be solved by non-linear calculations. Non-linear system equations with large deformations can use non-linear Duffing models. Non-linear system equations can be solved by a variety of classical methods, such as the Runge-Kutta method and equivalent linearization which requires a long calculation time. In this paper a rectangular shape concrete plate model will be used using non linear spring duffing models at the four ends that are solved using non-linear modal analysis. The calculation results show that the use of non-linear modal analysis requires a much shorter calculation time than other classical methods.

Abstrak Umumnya material dan struktur mempunyai sifat-sifat non-linier. Namun secara kebiasaan umum perhitungan struktur baik statik maupun dinamik diselesaikan secara linier karena masalah kerumitan dan lamanya perhitungan jika dilakukan secara non-linier. Untuk kasus-kasus tertentu penyederhanaan sistem non-linier menjadi sistem linier atau dihitung secara linier tidak memadai lagi. Jika material tersebut bekerja di luar daerah linier, maka struktur harus diselesaikan dengan perhitungan non-linier. Persamaan sistem non-linier dengan deformasi yang besar dapat menggunakan model non-linier Duffing. Persamaan sistem non-linier dapat diselesaikan dengan berbagai metode klasik, seperti metode Runge-Kutta dan linierisasi ekuivalen yang membutuhkan waktu perhitungan lama. Pada makalah ini akan digunakan model pelat beton bentuk persegi empat dengan menggunakan pegas non-linier model duffing pada keempat ujungnya yang diselesaikan dengan menggunakan analisis modal non-linier. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa penggunaan analisis modal non-linier membutuhkan waktu perhitungan jauh lebih singkat dibandingkan metode-metode klasik lainnya.

Keywords: struktur dinamik non-linier, Duffing, analisis modal non-linier

© 2018. BKSTM-Indonesia. All rights reserved

Pendahuluan

Sebagian besar material mempunyai sifat non-linier. Pada umumnya dalam desain material dianggap mempunyai karakteristik linier. Hal ini hanya benar, jika material tersebut bekerja pada daerah linier atau hampir linier dan belum mencapai daerah non-linier. Jika material tersebut bekerja di luar daerah linier, maka material harus dimodelkan sebagai material atau sistem non-linier. Pada bidang teknik mesin, contoh dari sistem ini antara lain, adalah struktur yang mengalami deformasi yang besar yang biasa disebut sebagai non-linier geometri, atau karena materialnya mempunyai sifat non-linier yang dikenal sebagai non-linier histeresis.

Prosedur analitik untuk penanganan persamaan diferensial non-linier relatif lebih rumit dibandingkan dengan penanganan persamaan diferensial linier, dan membutuhkan studi matematika yang lebih panjang. Solusi eksak yang diketahui sangatlah sedikit, dan sebagian besar pengetahuan dari sistem non-linier datang dari solusi pendekatan, baik grafis maupun numerik.

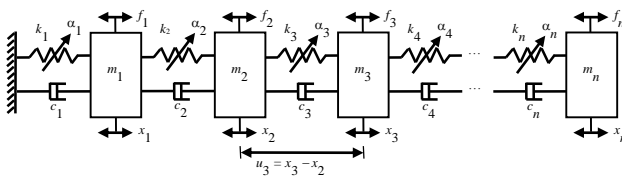
Solusi dari mode non-linier dapat diperoleh dengan relatif mudah dengan menggunakan metode integrasi numerik, seperti metode Runge-Kutta. Hasil dari metode ini adalah dalam domain waktu, yang menunjukkan keadaan dari suatu titik dari struktur pada saat tertentu. Kelemahan dari metode ini adalah tidak efektif dan tidak efisien untuk

mencari solusi stasioner karena membutuhkan waktu perhitungan yang cukup lama. Sistem non-linier yang akan dibahas pada bagian ini adalah sistem non-linier yang mempunyai solusi stasioner harmonik.

Oleh karena itu tujuan penelitian ini adalah menentukan respon dinamik stasioner non-linier dengan metode yang lebih sederhana dan waktu yang lebih cepat.

Metode Penelitian

Model Dinamik. Pemodelan sistem non-linier dapat dilihat pada Gambar 1 di bawah ini.



Gambar 1 Model non-linier dari sistem dengan n derajat kebebasan

Persamaan dinamik untuk sistem non-linier berderajat banyak diberikan sebagai berikut:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} + \{f(\dot{x}, x)\} = \{p(t)\} \quad (1)$$

di mana \ddot{x} , \dot{x} , dan x adalah akselerasi, kecepatan, dan perpindahan absolut dan $\{f(\dot{x}, x)\}$ adalah vektor dari kekakuan non-linier. Persamaan dinamik di atas merupakan persamaan diferensial non-linier. Jika $\{f(\dot{x}, x)\}$ sama dengan $\{0\}$ maka persamaan di atas adalah persamaan dinamik linier.

Pada sistem non-linier, titik-titik simpul dihubungkan oleh elemen-elemen non-linier yang perilakunya tergantung pada koordinat relatif antara titik-titik itu. Jadi lebih baik jika bekerja dalam koordinat relatif u dengan mentransformasikan matriks $[M]$, $[C]$, dan $[K]$ dari koordinat absolut x_i ke koordinat relatif u_i . Hubungan antara koordinat relatif dengan absolut adalah

$$u_i = x_i - x_{i-1} \quad (2)$$

Transformasi koordinat pada Persamaan (1) dengan koordinat relatif Persamaan (2), maka Persamaan (1) berubah menjadi:

$$[\tilde{M}]\{\ddot{u}\} + [\tilde{C}]\{\dot{u}\} + [\tilde{K}]\{u\} + \{\tilde{f}(\dot{u}, u)\} = \{\tilde{p}(t)\} \quad (3)$$

di mana \ddot{u} , \dot{u} , dan u adalah akselerasi, kecepatan, dan perpindahan relatif, $[\tilde{M}]$, $[\tilde{C}]$, dan $[\tilde{K}]$ adalah matriks massa relatif, matriks redaman relatif, dan

matriks kekakuan relatif, serta $\{\tilde{f}(\dot{u}, u)\}$ adalah vektor dari kekakuan non-linier yang bisa merupakan beberapa alternatif fungsi, seperti yang akan dibahas setelah ini.

Persamaan Duffing. Duffing membuat studi yang ekstensif mengenai persamaan vibrasi model satu derajat kebebasan:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku \pm \mu u^3 = P \cos \Omega t \quad (4)$$

di mana $\tilde{f}(\dot{u}, u)$ merupakan fungsi perpindahan yaitu $\pm \mu \cdot u^3$ dan $\tilde{p}(t)$ adalah gaya harmonik dengan frekuensi Ω .

Persamaan di atas mempresentasikan sebuah massa pada pegas kubik yang dieksitasi secara harmonik. Tanda \pm melambangkan pegas yang mengeras atau pegas yang melunak.

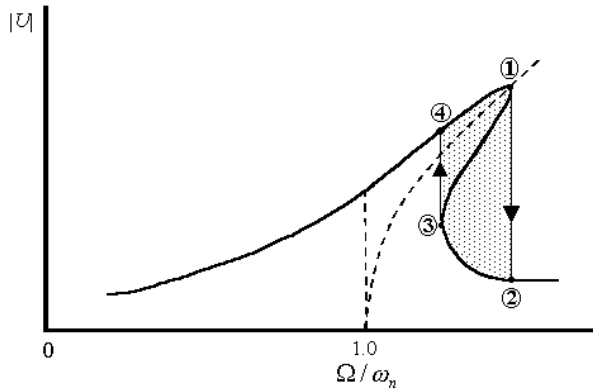
Persamaan (6) dapat ditulis dalam bentuk lain

$$\ddot{u} + 2\xi_n \omega_n \dot{u} + \omega_n^2 u \pm \mu u^3 = P \cos \Omega t \quad (5)$$

di mana ω_n dan ξ_n adalah frekuensi natural dan rasio redaman.

Untuk sistem dinamik dengan persamaan Duffing terjadi lompatan tiba-tiba dari amplitudo-respon di daerah sekitar resonansi. Untuk tipe pegas keras, dengan peningkatan frekuensi eksitasi, amplitudo perlahan-lahan meningkat sampai titik 1 pada Gambar 2 dicapai. Kemudian amplitudo tiba-tiba jatuh pada nilai yang jauh lebih rendah pada titik 2, dan seterusnya menurun mengikuti kurva ke arah kanan. Ketika terjadi penurunan frekuensi dari arah yang berlawanan, amplitudo meningkat mengikuti kurva ke arah kiri melewati titik 2 sampai pada titik 3, kemudian tiba-tiba melompat ke nilai amplitudo yang jauh lebih tinggi pada titik 4 dan seterusnya menurun mengikuti kurva ke arah kiri.

Daerah yang diarsir pada kurva amplitudo-respon vs frekuensi eksitasi merupakan daerah yang tidak stabil; ekstensitas dari ketidakstabilan tergantung pada beberapa faktor antara lain seperti besarnya redaman yang ada dan laju perubahan dari frekuensi eksitasi.



Gambar 2 Fenomena Lompatan pada sistem non-linier Duffing dengan redaman (tipe pegas keras)

Solusi Persamaan Dinamik Sistem Non-Linier. Solusi persamaan dinamik non-linier yang paling mudah adalah menggunakan metode integrasi numerik seperti Runge-Kutta. Metode domain waktu ini membutuhkan waktu sangat lama. Khusus untuk solusi stasioner telah banyak dikembangkan metode lain yang lebih efisien antara lain metode linierisasi ekuivalen dan metode analisis modal non-linier.

Metode linierisasi ekuivalen jauh lebih efisien dibanding metode Runge-Kutta dalam memecahkan solusi stasioner dari persamaan dinamik dimaksud, tetapi untuk sistem berderajat kebebasan banyak, metode yang berdasar pada metode eksak ini juga memakan waktu yang relatif lama dibanding metode berikutnya yaitu metode modal non-linier.

Keunggulan metode modal non-linier, disamping kesederhanaan matematik dan waktu komputasi yang cepat untuk sistem dengan banyak derajat kebebasan, juga karena metode ini bekerja pada basis modal di mana parameter-parameter modal mudah didapat dari data eksperimental.

Metode linierisasi ekuivalen dapat memecahkan solusi stasioner persamaan diferensial non-linier dengan relatif mudah untuk sistem yang derajat kebebasannya masih sedikit, tetapi untuk mendapatkan solusi dari sistem yang berderajat kebebasannya banyak, metode ini sangat memakan waktu.

Telah dilakukan studi oleh Setio dan Jezequel [1] untuk memperoleh solusi stasioner yang cepat dan sederhana untuk analisis dinamik struktur besar yang mempunyai perilaku nonlinier. Solusinya didasarkan pada analisis modal linier yang sudah

dikenal luas. Mode normal non-linier digunakan untuk mentransformasikan suatu set dengan n persamaan terkait menjadi suatu set dengan n persamaan lepas dalam basis modal. Untuk kepentingan rekayasa praktis, prosedur ini dapat mengurangi waktu perhitungan secara signifikan dengan menggunakan hanya beberapa modal.

Konsep mode normal non-linier dari sistem pegas-massa non-linier dipelajari pertama kali oleh Rosenberg dan dikembangkan kemudian oleh Szemplinska-Stupnicka [2,3]. Ditunjukkan bahwa mode dari vibrasi dalam kondisi resonansi sangat mirip dengan mode normal non-linier dan tidak mirip dengan mode normal linier. Dan ditunjukkan bahwa mode normal non-linier dapat digunakan sebagai pendekatan solusi untuk sistem besar yang mempunyai perilaku non-linier [4].

Dalam analisis dinamik, solusi dari model diperoleh dengan mengasumsikan bahwa semua parameter yang dibutuhkan diketahui. Pada kenyataannya, dalam situasi-situasi praktis, sebagian besar dari parameter-parameter yang penting tidak diketahui, khususnya parameter non-linier, yang sangat sulit ditentukan. Banyak dari prosedur indentifikasi non-linier yang ada sekarang mempunyai masalah pada kompleksitas matematik, laju konvergensi, kebutuhan penyimpanan data, dan waktu komputasi yang sangat lama.

Analisis modal non-linier, sebagai pengembangan dari analisis modal standar, dapat aplikasikan pada prosedur identifikasi parameter modal-non-linier. Prosedur ini dapat diterapkan pada sistem berderajat kebebasan banyak.

Persamaan dinamik untuk sistem non-linier konservatif otonom tanpa redaman dalam basis koordinat relatif pada Persamaan (3) dapat ditulis sebagai berikut.

$$[\tilde{\mathbf{M}}]\{\ddot{u}\} + [\tilde{\mathbf{K}}]\{u\} + \{\tilde{f}(\dot{u}, u)\} = 0 \quad (6)$$

Analog seperti pada kasus linier, solusi dari persamaan di atas dapat didekati sebagai kombinasi linier dari n mode normal non-linier $\tilde{\phi}_j(Q_j)$ dan n amplitudo-modal Q_j :

$$\{u(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\} y_j(t) \quad (7)$$

di mana $\{u(t)\}$ adalah vektor kompleks dari perpindahan; $\{\tilde{\phi}_j(Q_j)\}$ dan y_j adalah mode normal non-linier dari mode ke- j dan perpindahan dalam koordinat modal ke- j .

Mode Normal Non-Linier. Untuk sistem banyak derajat kebebasan non-linier dengan redaman yang ringan, solusi stasioner pada kondisi resonansi dapat dianggap sebagai sebuah mode normal non-linier. Oleh karena itu, sistem banyak derajat kebebasan dalam Persamaan (6) direduksi menjadi sistem satu derajat kebebasan yang digambarkan oleh koordinat-koordinat normal resonansi tunggal. Persamaan (7) dalam koordinat normal menjadi

$$\{u(t)\} = \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\} \tilde{y}_j(t) \quad (8)$$

dengan $\{\tilde{\phi}_j(Q_j)\}$ adalah mode normal non-linier dari mode ke- j dan \tilde{y}_j adalah koordinat modal dari mode ke- j dalam basis koordinat relatif. Jika gaya eksitasi yang bekerja adalah periodik, maka respon stasioner pada umumnya akan berbentuk periodik dengan frekuensi yang sama dengan frekuensi eksitasi Ω , maka pada $\Omega = \tilde{\omega}_j$, solusi mode normal tunggal dari Persamaan (8) menjadi persamaan (9) di mana Q_j adalah amplitudo-modal.

$$\{u(t)\} = \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\} Q_j \cos \tilde{\omega}_j t \quad (9)$$

Asumsi mode tunggal (*single mode*) pada kondisi-kondisi resonansi dan asumsi solusi periodik dalam persoalan non-linier dipakai dan diterima secara luas bahkan untuk sistem-sistem yang mempunyai tingkat kenon-linieran yang kuat.

Frekuensi natural non-linier $\tilde{\omega}_j$ dan mode normal non-linier $\tilde{\phi}_j$ dapat diperoleh dengan memasukkan Persamaan (9) ke dalam Persamaan (6) dan mengabaikan semua suku-suku harmonik yang lebih tinggi:

$$[\mathbf{D}(Q_j)] \{\tilde{\phi}_j\} = \bar{\lambda}_j [\tilde{\mathbf{M}}] \{\tilde{\phi}_j\} \quad (10)$$

di mana

$$[\mathbf{D}(Q_j)] = [\tilde{\mathbf{K}}] + [\tilde{\mathbf{K}}_{nl}(Q_j)] \quad (11)$$

dan $[\tilde{\mathbf{K}}_{nl}(Q_j)]$ adalah matriks kekakuan non-linier yang merupakan fungsi dari amplitudo-modal Q_j .

Persoalan nilai-eigen pada Persamaan (10) bukanlah suatu bentuk standar linier, oleh karena itu, secara umum tidak dapat dipecahkan melalui solusi nilai-eigen standar. Persoalan nilai-eigen non-linier pada Persamaan (10). hanya dapat dipecahkan melalui prosedur-prosedur numerik. Ada banyak prosedur-prosedur numerik untuk memecahkan masalah nilai-eigen non-linier. Yang akan dipakai pada studi ini adalah prosedur Newton-Raphson.

Persamaan (10) dapat disusun kembali menjadi bentuk berikut ini

$$([\tilde{\mathbf{K}}] + [\tilde{\mathbf{K}}_{nl}(Q_j)] - \bar{\lambda}_j [\tilde{\mathbf{M}}]) \{\tilde{\phi}_j\} = \{g(\bar{\lambda}_j, \tilde{\phi}_j)\} \quad (12)$$

n derajat kebebasan dari Persamaan (12) memiliki $n+1$ elemen-elemen nilai-eigen dan vektor-eigen yang tidak diketahui, sehingga Persamaan (12) tidak dapat digunakan untuk memperoleh $n+1$ yang tidak diketahui. Variabel-variabel yang tidak diketahui harus disusun kembali agar Persamaan (12) dapat dipecahkan. Ini dapat diselesaikan dengan mengeset salah satu elemen dari vektor-eigen dengan nilai satu. Akhirnya, n variabel yang tidak diketahui dari Persamaan (12) dapat diperoleh lewat prosedur Newton-Raphson di bawah ini:

$$\{s'\} = \{s\} - [G(\bar{\lambda}_j, \tilde{\phi}_j)]^{-1} \{g(\bar{\lambda}_j, \tilde{\phi}_j)\} \quad (13)$$

di mana

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_{1j} &= 1 \\ \mathbf{s}^T &= (\bar{\lambda}_j \quad \tilde{\phi}_{2j} \quad \dots \quad \tilde{\phi}_{nj}) \\ G(\bar{\lambda}_j, \tilde{\phi}_j) &= \frac{dg(\bar{\lambda}_j, \tilde{\phi}_j)}{ds} \\ G(\bar{\lambda}_j, \tilde{\phi}_j)_{ii} &= \frac{dg(\bar{\lambda}_j, \tilde{\phi}_j)_i}{d\bar{\lambda}_j} = -([\tilde{\mathbf{M}}]) \{\tilde{\phi}_j\} \\ G(\bar{\lambda}_j, \tilde{\phi}_j)_{ip} &= \frac{dg(\bar{\lambda}_j, \tilde{\phi}_j)_i}{d\tilde{\phi}_j} = [\tilde{\mathbf{K}}]_{ip} + \frac{d([\tilde{\mathbf{K}}_{nl}(Q_j)] \{\tilde{\phi}_j\})}{d\tilde{\phi}_j} - \bar{\lambda}_j [\tilde{\mathbf{M}}]_{ip} \end{aligned} \quad (14)$$

dengan $p = 2, 3, \dots, n$ dan s adalah vektor dari n tak diketahui dari 1 nilai-eigen dan $n-1$ elemen vektor-eigen.

Menggunakan nilai sebelumnya dari amplitudo-modal Q_j , prosedur iteratif ini akan konvergen secara cepat. Nilai-nilai frekuensi natural linier dan mode normal linier dapat digunakan sebagai nilai-nilai awal.

Frekuensi-frekuensi natural non-linier dan mode-mode normal non-linier dari sistem non-linier diperoleh sebagai fungsi dari amplitudo-modal Q_j

dengan peningkatan amplitudo-modal secara progresif:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_j^2(Q_j) &= \bar{\lambda}_j \\ \{\bar{\phi}_j(Q_j)\} &= [\mathbf{B}]\{\tilde{\phi}_j\} \end{aligned} \quad (15)$$

di mana $[\mathbf{B}]$ adalah matriks transformasi koordinat, $\{\bar{\phi}_j(Q_j)\}$ dan $\{\tilde{\phi}_j(Q_j)\}$ adalah mode normal non-linier dalam basis koordinat absolut dan dalam basis koordinat relatif.

Analisis modal non-linier. Mengambil analogi untuk kasus linier, maka solusi persamaan gerak non-linier dapat didekati dengan kombinasi linier dari n buah mode-mode normal non-linier $\tilde{\phi}_j(Q_j)$ dan n buah amplitudo-modal Q_j :

$$\{u(t)\} = \sum_{j=1}^n \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\} \cdot Q_j \cos \Omega t \quad (16)$$

di mana $\{u(t)\}$ adalah vektor perpindahan kompleks, $\{\tilde{\phi}_j(Q_j)\}$ dan Q_j adalah mode normal non-linier dan amplitudo modal non-linier pada mode- j yang didapat mode per mode, dengan menggunakan prosedur mode non-linier tunggal yang disebutkan pada sub-bab sebelum ini.

Dengan memasukkan Persamaan (16) ke dalam persamaan dinamik sistem non-linier Persamaan (3), dan dengan mengasumsikan bahwa solusinya terkait secara ringan, Persamaan (3) yang telah ditransformasi menjadi

$$-\Omega^2 \tilde{m}_j Q_j + i\Omega \tilde{c}_j Q_j + \tilde{k}_j Q_j + \tilde{f}_j(Q_j) = \tilde{p}_j \quad (17)$$

di mana

$$\begin{aligned} \tilde{m}_j &= \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\}^T [\mathbf{M}] \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\} \\ \tilde{c}_j &= \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\}^T [\mathbf{C}] \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\} \\ \tilde{k}_j &= \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\}^T [\mathbf{K}] \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\} \\ \tilde{f}_j(Q_j) &= \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\}^T f(Q_j) = \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\}^T [\mathbf{K}_{nl}] \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\} \\ \tilde{p}_j &= \{\tilde{\phi}_j(Q_j)\}^T \{\mathbf{P}\} \end{aligned} \quad (18)$$

di mana $[\mathbf{K}_{nl}]$ adalah bagian kekakuan non-linier dari sistem.

Amplitudo-modal Q_j untuk setiap mode ke- j dari Persamaan (17) dapat diberikan oleh

$$Q_j = \frac{\{\tilde{\phi}_j(Q_j)\}^T \{\mathbf{P}\}}{\tilde{m}_j (\bar{\omega}_j^2(Q_j) - \Omega^2) + i\Omega \tilde{c}_j} \quad (19)$$

di mana kekakuan linier dan non-linier dari sistem dalam basis modal dapat didekati dengan

$$\tilde{k}_j Q_j + \tilde{f}_j(Q_j) = \tilde{m}_j \bar{\omega}_j^2(Q_j) \quad (20)$$

Setelah amplitudo-modal Q_j diperoleh maka solusi persamaan non-linier dapat diperoleh dengan menggunakan Persamaan (16). Dengan n adalah jumlah mode yang diperhitungkan.

Studi Kasus

Studi kasus. Pada kasus ini akan dibahas karakteristik dan respon dinamik struktur pelat dudukan motor dengan kekakuan non linier lokal pada ujung-ujung pelat.

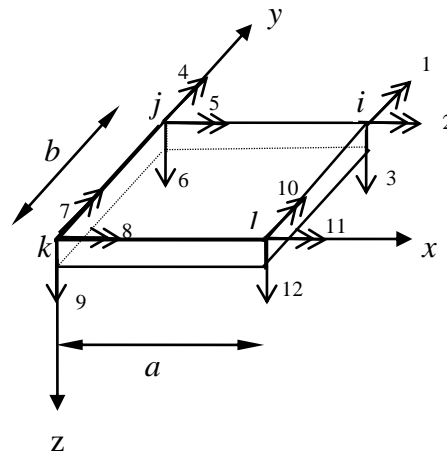
Data dan ukuran pelat dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 Data dan ukuran pelat

No.	Data-data	Nilai
1	Modulus elastisitas beton	$2 \times 10^9 \text{ kg/m}^2$
2	Berat jenis beton	2400 kg/m^3
3	Poisson ratio beton	0,22
4	Ukuran pelat pondasi	160 x 120cm
5	Tebal pelat pondasi	10cm

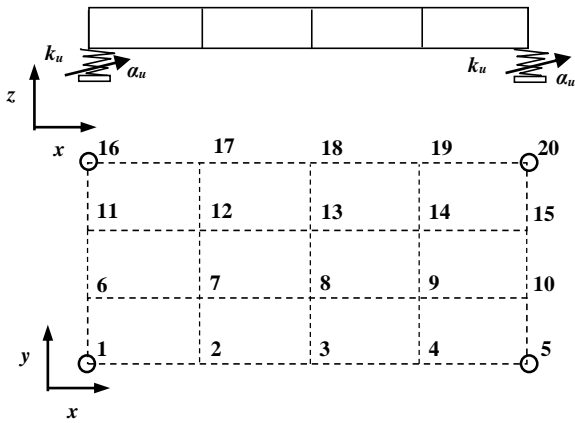
Penyusunan dilakukan terhadap elemen dengan perincian sebagai berikut :

- Jumlah elemen = 12
- Jumlah titik simpul tiap elemen = 4
- Jumlah derajat kebebasan tiap titik simpul = 3
- Jumlah total titik simpul dalam sistem = 60



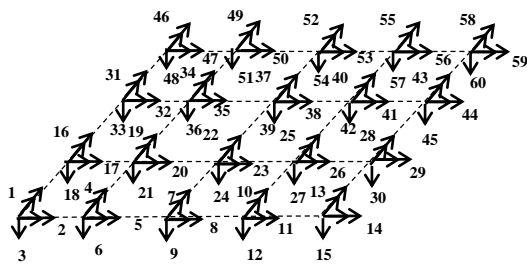
Gambar 3 Satu elemen dengan 4 titik simpul dan 12 derajat kebebasan

Penyederhanaan model pelat lentur dengan 12 elemen, 20 titik, dan kekakuan non-linier pada ujung-ujung pelat yaitu titik 1, 5, 16, dan 20 pada arah z dapat dilihat seperti pada Gambar 4. Harga kekakuan non-linier pegas adalah $k=6250 \text{ N/m}$ dan $\alpha=200 \text{ N/m}^3$. Koefisien damping matriks \mathbf{C} adalah 0,001 dari nilai kekakuan matriks \mathbf{K} .



Gambar 4 Model pelat lentur dengan kekakuan non-linier pada ujung-ujung pelat menggunakan elemen hingga

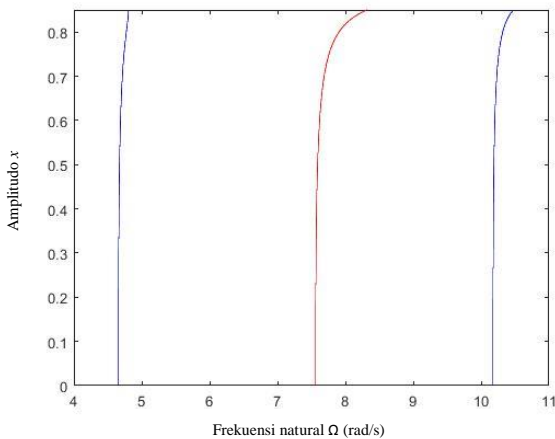
Model pelat lentur dengan derajat kebebasan untuk masing-masing titik diurutkan sesuai Gambar 5.



Gambar 5 Model pelat lentur dengan derajat kebebasan

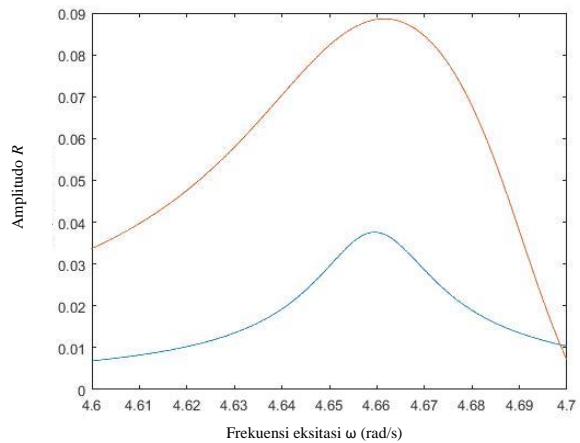
Hasil dan Pembahasan

Hasil karakteristik sistem dinamik non-linier dapat dilihat pada Gambar 6. Dari grafik tersebut dapat dilihat bahwa frekuensi natural berubah terhadap amplitudo.



Gambar 6 Frekuensi natural (rad/s) sistem non-linier fungsi dari amplitudo simpangan

Pada Gambar 7 merupakan gambar respon fungsi frekuensi dari titik 1 arah z pada frekuensi pertamanya dengan amplitudo gaya 10 dan 50 newton. Dari gambar ini terlihat bahwa puncak respon yang merupakan pada daerah frekuensi naturalnya berpindah ke arah kanan dengan membesarnya amplitudo gaya F yang arahnya mengikuti sesuai dengan frekuensi natural pada Gambar 6.



Gambar 7 Respon dinamik sistem non-linier fungsi frekuensi dari titik 1 arah z pada frekuensi pertamanya dengan amplitudo gaya 10 dan 50 Newton

Kesimpulan

Studi mengenai sistem dinamik non-linier telah dilakukan untuk model pelat beton dengan menggunakan pegas non-linier pada keempat ujung-ujungnya. Metode analisis modal non-linier dapat digunakan dengan mudah untuk sistem dinamik non-linier dengan banyak derajat kebebasan. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa penggunaan analisis modal non-linier memerlukan waktu perhitungan yang jauh lebih singkat dibandingkan metode-metode lainnya. Penggunaan beberapa mode non-linier saja di sekitar respon dinamik yang ingin diketahui dapat mengurangi waktu perhitungan secara signifikan.

Penghargaan

Para penulis mengucapkan terima kasih kepada Fakultas Teknik Mesin dan Dirgantara, FTMD ITB atas dukungan dan bantuan dana untuk penelitian ini.

Referensi

- [1] S. Setio und L. Jezequel, A Method of Nonlinear Modal Identification from Frequency Response Tests, " *Journal Sound and Vibration*, Bd. 152, Nr. 3, pp. 497-515, 1992.
- [2] W. SZEMPLINSKA-STUPNICK, Non-linear normal modes and the generalized Ritz method in the problems of vibrations of non-linear elastic continuous systems, " *International Journal of Non-linear Mechanics*, Bd. 18, pp. 149-165, 1983.
- [3] R. M. ROSENBERG, The normal modes of non-linear n-degree-of-freedom systems, " *American Society of Mechanical Engineers, Journal of Applied Mechanics*, 1962.
- [4] L. JEZEQUEL, Extension des methodes de synthese these modale au cas non-linaire, " *Revue Francaise de Mecanique* 3, pp. 159-112, 1987.