

Analisis Kinematika dan Dinamika Mobile Manipulator pada Robot Penjinak Bom

Suwarno * dan Rafiuddin Syam **

*Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Veteran Republik Indonesia
Kampus II UVRI Jl. Baruga Raya-Antang Makassar

E-mail : arno_wawo@yahoo.co.id

**Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin
Kampus UNHAS Jl. Perintis Kemerdekaan KM 10 Makassar

E-mail : Rafiuddin@unhas.ac.id

Abstrak

Robot penjinak bom merupakan salah satu jenis dari *security robot*, yaitu gabungan antara *mobile robot* dan *manipulator robot*. *Mobile robot* merupakan base dari sistem ini. Sedangkan *manipulator robot* diletakkan dibagian atas dari base yang berfungsi mirip lengan manusia karena pada ujungnya dipasang gripper yang berfungsi untuk memegang dan memindahkan bom tersebut ke tempat yang aman untuk dijinakkan. Sebelum rancang bangun dari robot penjinak bom ini terlebih dahulu membuat desain, menghitung kesetimbangan robot dan menentukan persamaan kinematika dan dinamika *mobile* dan *manipulator robot*. Pada manipulator robot digunakan robot lengan 4 DOF, untuk menentukan posisi dari lengan-lengan digunakan metode DH Parameter, kecepatan lengan-lengan merupakan turunan dari posisi dan percepatan dari lengan-lengan merupakan turunan dari percepatan. Untuk mengetahui besarnya sudut, kecepatan sudut dan percepatan sudut yang terbentuk dari hasil pergerakan lengan-lengan digunakan metode Jacobian Matriks. Output dari penelitian ini adalah robot penjinak bom dengan mobile robot nonholonomik dan manipulator 4-joint (DOF).

Kata kunci : Mobile, Manipulator, DH Parameter, Jacobian Matriks.

1. Pendahuluan

Banyaknya aksi terorisme yang melanda beberapa negara didunia ini termasuk Indonesia, mengharuskan kita membuat suatu alat bantu (*Robot Penjinak Bom*) untuk menggantikan tugas manusia dalam menjinakkan bom demi mengurangi jatuhnya korban jiwa. Selain itu diharapkan dapat menghemat pengeluaran negara dalam hal pembelian robot penjinak bom yang sangat mahal harganya untuk digunakan dalam bidang pertahanan dan keamanan negara.

Berdasarkan hal tersebut diatas didesain robot penjinak bom yang merupakan salah satu jenis dari *security robot*. *Security robot* yang paling sering digunakan untuk menjinakkan bom adalah *mobile robot* yang dilengkapi *manipulator* dengan gripper diujungnya yang berfungsi untuk memindahkan bom tersebut ke tempat yang aman untuk dijinakkan.

Berdasarkan hal tersebut di atas maka dirumuskan beberapa masalah sekaligus sebagai tujuan dari penelitian ini yaitu bagaimana merumuskan persamaan-persamaan kinematika dan dinamika mobile manipulator pada robot penjinak bom, bagaimana mendesain dan membuat robot penjinak bom. Adapun manfaat-manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini yaitu dapat diaplikasikan pada bidang pertahanan dan keamanan yaitu membantu TNI dan Polri dalam menjinakkan bom.

2. Metode Penelitian

Melaksanakan analisa kinematika robot yang berkaitan dengan kajian gerak robot tanpa meninjau penyebabnya ketika robot sedang melakukan gerakan dan analisa dinamika robot yang berkaitan dengan kajian gerak robot dengan meninjau penyebabnya.

Dalam *Konsep Kinematika* dengan model kinematika, dapat ditentukan konfigurasi referensi input yang harus diumpangkan ketiap aktuator agar robot dapat melakukan gerakan simultan (seluruh sendi) untuk mencapai posisi yang dikehendaki. Sebaliknya, informasi kedudukan (sudut) yang dinyatakan oleh setiap sendi ketika robot sedang melakukan suatu gerakan, dengan analisa kinematika, dapat ditentukan dimana posisi ujung lengan atau bagian robot yang bergerak itu dalam koordinat ruang. Metode yang dipakai dalam analisis ini adalah *Metoda Dennenvit Hartenberg Parameter*.

Secara umum persamaan kinematik maju setiap sendi 1DOF secara parsial dapat dinyatakan sebagai :

$$P(x,y) = f(r, \theta) \quad (01)$$

Dimana :

P = koordinat (x,y) yang relatif terhadap koordinat tetap/acuan (0,0) pada titik sendi.
 r = jari-jari lengan (link)
 θ = sudut sendi

Dalam bentuk *Matriks Jacobian*, Kecepatan setiap sendi dapat dicari dengan mendifferensalkan matriks posisi yang telah didapat dengan cara DH Parameter. Begitu pula dengan percepatan merupakan hasil dari turunan dari kecepatan.

Jika r adalah tetap dengan asumsi lengan bergerak secara rotasi maka r dianggap konstan. Dengan demikian perubahan P hanya dipengaruhi oleh perubahan θ . Persamaan kinematik inversnya dapat dinyatakan sebagai,

$$(r, \theta) = f(P) \quad (02)$$

Dengan *Konsep Dinamika*, Robot adalah secara fisik suatu benda yang memiliki struktur tertentu dengan massa tertentu yang dalam pergerakannya tunduk kepada hukum-hukum alam yang berkaitan dengan gravitasi dan atau massa/kelembaman. Model Dinamik robot dapat dinyatakan sebagai torsi τ ,

$$\tau = I \cdot Ktn \quad (03)$$

Dimana :

I = sinyal analog (arus motor) yang dikeluarkan oleh kontroler.

Ktn = konstanta motor

τ = torsi pada sendi yang menghasilkan gerakan.

θ = Sudut, $\dot{\theta}$ = Kecepatan sudut dan $\ddot{\theta}$ = Percepatan sudut

Jika output system $(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ dinyatakan sebagai q maka torsi yang diberikan kepada sendi-sendi robot adalah :

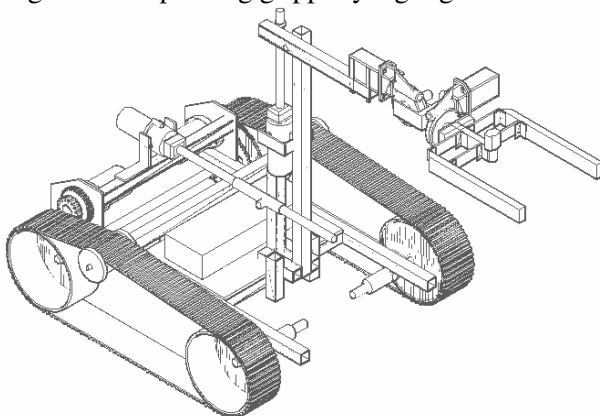
$$\tau = f(q) \quad (04)$$

Persamaan ini dikenal sebagai dinamik maju/langsung (forward/direct dynamics), Sebaliknya jika torsi diketahui (sebagai input) q dikenal sebagai dinamik invers (inverse dynamics). Model dinamikny adalah :

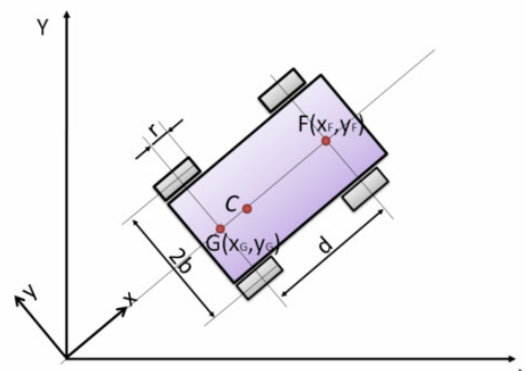
$$q = f^{-1}(\tau) \quad (05)$$

Design Robot Penjinak Bom

Robot yang didesain adalah kombinasi dari Mobile dan Non Mobile. Mobile robot adalah base atau frame yang merupakan bagian utama dari robot. Non mobile merupakan robot arm (manipulator) yang mempunyai 4-Joint (DOF) yang diletakkan diatas mobile robot. Diujung manipulator yaitu pada lengan ke-4 dipasang gripper yang digunakan untuk menggenggam dan menahan objek.



Gbr. 01 Desain Fisik Robot Penjinak Bom



Gbr. 02 Mobile Robot pada koordinat X-Y

Dimensi Robot Penjinak Bom adalah :

- Manipulator Robot :

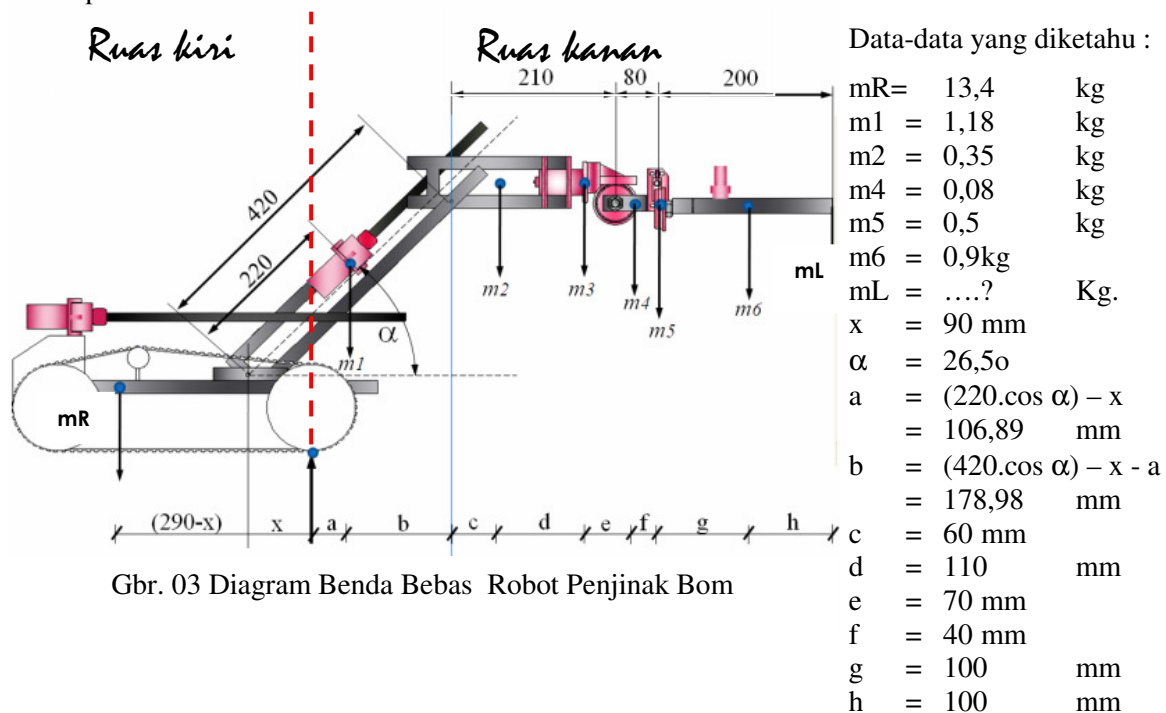
L1 Panjang lengan satu yang diukur dari sumbu/sendil ke sumbu/sendil 2. : 420 mm

L2 Panjang lengan dua yang diukur dari sumbu /sendil 2 ke sumbu/sendil 3. : 210 mm

- L3 Panjang lengan tiga yang diukur dari sumbu /sendi 3 ke sumbu/sendit 4. : 80 mm
 L4 Panjang lengan empat yang diukur dari sumbu /sendi 4 ke ujung Gripper. : 200 mm
 - Mobile Robot :
 2b Lebar robot yang diukur dari gari tengah roda kiri ke roda kanan. : 400 mm
 r Jari-jari roda : 35 mm
 d jarak antara titik tengah roda belakang dengan titik tengah roda depan : 385 mm
 L_m Panjang mobile robot : 545 mm

Kesetimbangan Robot

Dengan penempatan titik berat pada sistem mekanis Robot Penjinak Bom maka, berikut ini diperlihatkan perhitungan kesetimbangan robot dengan menganggap titik tumpu adalah pada kedua roda depan robot.



Gbr. 03 Diagram Benda Bebas Robot Penjinak Bom

$$\Sigma M_{KIRI} = \Sigma M_{KANAN}$$

$$m_R(290) = m_1(a) + m_2(a+b+c) + m_3(a+b+c+d) + m_4(a+b+c+d+e) + m_5(a+b+c+d+e+f) + m_6(a+b+c+d+e+f+g) + m_L(a+b+c+e+f+g+h)$$

$$13,4 (290) = 1,18(106,89) + 0,35(345,78) + 0,5(455,78) + 0,08(525,78) + 0,5(565,78) + 0,9(665,78) + m_L(765,78)$$

$$m_L = 3,25 \text{ Kg}$$

Jadi beban maksimal yang dapat diangkat oleh manipulator untuk jangkauan lengan terjauh adalah 3,25 Kg.

3. Mobile Robot

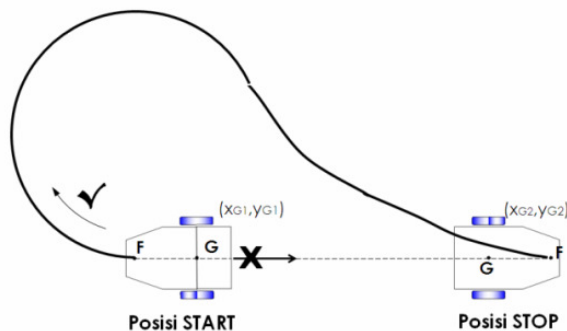
Analisis Kinematika Mobile Robot

Robot diasumsikan berada dalam kawasan 2D pada koordinat Cartesian XY (lihat gambar Mobile Robot pada koordinat X-Y). Dalam kajian kinematik ini robot diasumsikan bergerak relatif pelan dan roda tidak slip terhadap permukaan jalan. Maka komponen x dan y dapat diekspresikan dalam suatu persamaan nonholonomic sebagai berikut,

$$\dot{x}_C \sin \varphi - \dot{y}_C \cos \varphi = 0 \quad (06)$$

Untuk titik F sebagai acuan analisa, persamaan di atas dapat ditulis,

$$\dot{x}_G \sin \varphi - \dot{y}_G \cos \varphi + \phi d = 0 \quad (07)$$



Gbr. 04 Contoh Manuver DDMR
Sumber Pitowarno (2006)

Perpindahan kedudukan robot dari START ke STOP bila dipandang pada titik G adalah perpindahan dari koordinat (x_{G1}, y_{G1}) ke (x_{G2}, y_{G2}) secara translasi. Namun hal ini tidak dapat dilakukan sebab robot harus dikontrol agar bergerak maju, sehingga ia harus membuat manuver belok membentuk lingkaran terlebih hingga pada posisi yang memungkinkan untuk mengarahkannya ke koordinat (x_{G2}, y_{G2}) . Oleh karena itu diperlukan titik acuan F yang berada di luar garis yang menghubungkan kedua roda agar suduthadap dapat dihitung.

Formulasi Persamaan Kinematika Mobile Robot

Bentuk umum persamaan kinematik untuk DDMR ini dapat dinyatakan dalam persamaan kecepatan sebagai berikut:

$$\dot{q}(t) = T_{NH}(q) \dot{\theta}(t) \quad (08)$$

Dalam bentuk matriks :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_F \\ \dot{y}_F \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -d \sin \theta \\ \sin \theta & d \cos \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_L \\ \dot{\theta}_R \end{bmatrix} \quad (09)$$

Untuk mengetahui kinematik inversnya (Kecepatan sudut) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\dot{\theta}(t) = T_{NH}^{-1}(q) \cdot \dot{q}(t) \quad (10)$$

Untuk percepatan linear didapat dengan mendifferensialkan persamaan kecepatan linear dalam bentuk matriks didapat :

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_F \\ \ddot{y}_F \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta - \cos \theta & -d \cos \theta + d \sin \theta \\ \cos \theta - \sin \theta & -d \sin \theta - d \cos \theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_L \\ \ddot{\theta}_R \end{bmatrix}$$

Atau :

$$\ddot{q}(t) = T_{NH}(q) \ddot{\theta}(t) \quad (11)$$

Dengan kinematik invers maka percepatan sudut ($\ddot{\theta}(t)$) dapat diketahui sebagai berikut :

$$\ddot{\theta}(t) = T_{NH}^{-1}(q) \cdot \ddot{q}(t) \quad (12)$$

Analisis Dinamika Mobile Robot

Persamaan gerak dinamik (dynamic motion equation) mobile robot secara umum dapat diekspresikan dalam bentuk terminologi torsi dinamik sebagai berikut:

$$B(q)\tau = M(q)\ddot{\theta} + V(q, \dot{q})\dot{q} + \tau_Q \quad (13)$$

Dimana :

$$\begin{aligned} B(q) &= \text{matriks determinan untuk torsi motor} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M(q) &= \text{matriks transformasi yang terkait dengan gerak dinamik percepatan.} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{r^2}{4b^2} (mb^2 + I) + I_W & \frac{r^2}{4b^2} (mb^2 + I) \\ \frac{r^2}{4b^2} (mb^2 - I) & \frac{r^2}{4b^2} (mb^2 + I) + I_W \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\ddot{\theta} = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_L \\ \ddot{\theta}_R \end{bmatrix}$$

$V(q, \dot{q})$ = matriks transformasi yang terkait dengan efek Corolis dan gaya sentrifugal

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{r^2}{2b^2} m_c d \dot{\phi} \\ -\frac{r^2}{2b^2} m_c d \dot{\phi} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x}_F \\ \dot{y}_F \end{bmatrix}$$

τ_Q = gangguan luar

τ = vektor torsi aktuator

Jadi dengan menganggap tidak ada gangguan dari luar maka didapat:

$$\tau_1 = \left(\frac{r^2}{4b^2} (mb^2 + I) + I_W \right) \ddot{\theta}_L + \left(\frac{r^2}{4b^2} (mb^2 + I) \right) \ddot{\theta}_R + 0 \cdot \dot{x}_F + \left(\frac{r^2}{2b^2} m_c d \dot{\phi} \right) \dot{y}_F \quad (15)$$

$$\tau_2 = \left(\frac{r^2}{4b^2} (mb^2 - I) \right) \ddot{\theta}_L + \left(\frac{r^2}{4b^2} (mb^2 + I) + I_W \right) \ddot{\theta}_R + \left(-\frac{r^2}{2b^2} m_c d \dot{\phi} \right) \dot{x}_F + 0 \cdot \dot{y}_F \quad (16)$$

Parameter-parameter yang berhubungan dengan matriks diatas adalah :

$m = m_c + 2m_W$; m_c = massa robot (kg), m_W = massa roda (kg)

$I = m_c d^2 + 2m_c \bar{d}^2 + I_c + 2I_W$;

I_c = adalah inersia momen tubuh robot terhadap sumbu vertikal melalui titik G.

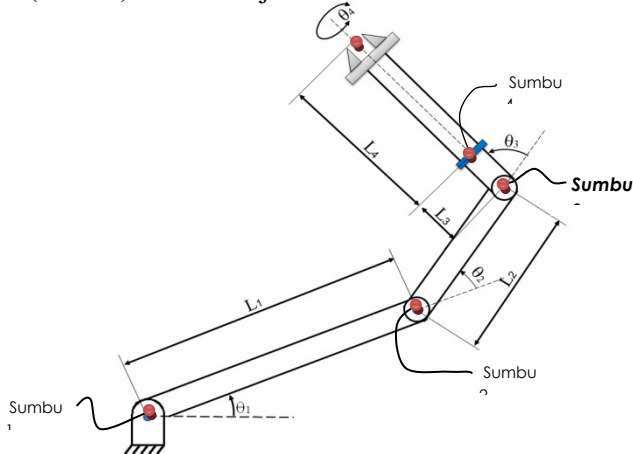
I_W = adalah inersia momen roda dan rotor motor terhadap diameter roda pada sumbunya.

4. Manipulator Robot

Analisis Kinematika Manipulator

Prinsip dasar representasi D-H adalah melakukan transformasi koordinat antar dua link yang berdekatan. Hasilnya adalah suatu matrix (4 x 4) yang menyatakan system koordinat dari suatu link dengan link yang terhubung pada pangkalnya (link sebelumnya).

Aplikasi perhitungan DH parameter dapat kita lihat pada perhitungan parameter Manipulator (4-DOF) Robot Penjinak Bom dibawah ini:



Gbr. 05 Konfigurasi Manipulator Robot 4-Joint (DOF)

Tabel 1 :DH Parameter :

i-1	i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
0	1	0	0	0	θ_1
1	2	0	L_1	0	θ_2
2	3	0	L_2	0	θ_3
3	4	90	L_3	0	θ_4

Rumus umum adalah :

$${}^{i-1}_iT = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan Tabel DH Parameter maka Transformasi Matriks setiap sumbu dapat dijabarkan sebagai berikut :

- Transformasi matriks untuk Sumbu 1 (0_1T) berdasarkan rumus umum adalah :

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

- Transformasi matriks untuk Sumbu 2 (1_2T) berdasarkan rumus umum adalah :

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & L_1 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

- Transformasi matriks untuk Sumbu 3 (2_3T) berdasarkan rumus umum adalah :

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & L_2 \\ s_3 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

- Transformasi matriks untuk Sumbu 4 (3_4T) berdasarkan rumus umum adalah :

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & L_3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Sasaran untuk posisi (x, y) dan arah $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ didalam Transformasi Matriks Homogeneous didefinisikan sebagai berikut [8]:

$${}^B_{WT}Goal = {}^{i-1}_iT = \begin{bmatrix} c_\phi & -s_\phi & 0 & x \\ s_\phi & c_\phi & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Berdasarkan definisi diatas ada empat parameter yang berpengaruh menentukan posisi (x, y) dan arah $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ dari setiap proses rotasi dan translasi dari setiap sumbu, yaitu :

- Untuk penentuan posisi (x, y) :
 $x = P_x$ dan $y = P_y$
- Untuk penentuan arah sudut $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ yang terbentuk adalah :

$$c_\phi = r_{11} \quad \text{dan} \quad s_\phi = r_{21}$$

Dari gambar konfigurasi manipulator 4-Joint (DOF) posisi dan arah sudut dari setiap pergerakan lengan dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan-persamaan dari DH Parameter :

- 1). Pergerakan lengan dari dasar (base) menuju sumbu 2, Persamaan DH Parameternya :

$${}^0_2T = {}^0_1T \cdot {}^1_2T = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & L_1 c_1 \\ s_{12} & c_{12} & 0 & L_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Berdasarkan Transformasi Matriks Homogeneous, maka, posisi sumbu i=2 berada pada titik:

$$x = L_1 c_1 = L_1 \cos \theta_1 \quad (24)$$

$$y = L_1 s_1 = L_1 \sin \theta_1 \quad (25)$$

Dan arah sudut yang terbentuk adalah :

$$c_\phi = c_{12} = \cos (\theta_1 + \theta_2) \quad (26)$$

$$s_\phi = s_{12} = \sin (\theta_1 + \theta_2) \quad (27)$$

- 2) Pergerakan lengan dari dasar (base) menuju sumbu 3, Persamaan DH Parameternya:

$${}^0_3T = {}^0_2T \cdot {}^2_3T = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & L_2 c_{12} + L_1 c_1 \\ s_{123} & c_{123} & 0 & L_2 s_{12} + L_1 s_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

Berdasarkan Transformasi Matriks Homogeneous maka, posisi sumbu i=3 berada pada titik (x,y) :

$$x = L_2 c_{12} + L_1 c_1 = L_2 \cos (\theta_1 + \theta_2) + L_1 \cos \theta_1 \quad (29)$$

$$y = L_2 s_{12} + L_1 s_1 = L_2 \sin (\theta_1 + \theta_2) + L_1 \sin \theta_1 \quad (30)$$

Dan arah sudut yang terbentuk adalah :

$$c_\phi = c_{123} = \cos (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (31)$$

$$s_\phi = s_{123} = \sin (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (32)$$

- 3) Pergerakan lengan dari dasar (base) menuju sumbu 4, Persamaan DH Parameternya :

$${}^0_4T = {}^0_4T \cdot {}^3_4T = \begin{bmatrix} c_{123}c_4 & c_{123} \cdot -s_4 & s_{123} & L_3c_{123} + L_2c_{12} + L_1c_1 \\ s_{123}c_4 & s_{123} \cdot -s_4 & -c_{123} & L_3s_{123} + L_2s_{12} + L_1s_1 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Berdasarkan Transformasi Matriks Homogeneous maka, posisi sumbu i=4 berada pada titik :

$$x = L_3c_{123} + L_2c_{12} + L_1c_1 \quad (34)$$

$$y = L_3s_{123} + L_2s_{12} + L_1s_1 \quad (35)$$

Dan arah sudut yang terbentuk adalah :

$$c_d = c_{123}c_4 \quad (36)$$

$$s_d = s_{123}c_4 \quad (37)$$

4). Pergerakan lengan dari dasar (base) menuju end effector :

Berdasarkan konfigurasi manipulator 4 DOF (lihat gambar 3.4.), maka didapat persamaan kinematik maju sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} x_T \\ y_T \\ z_T \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{123}c_4 & c_{123} \cdot -s_4 & s_{123} & L_3c_{123} + L_2c_{12} + L_1c_1 \\ s_{123}c_4 & s_{123} \cdot -s_4 & -c_{123} & L_3s_{123} + L_2s_{12} + L_1s_1 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_4 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Jadi :

$$x_T = L_1c_1 + L_2c_{12} + L_3c_{123} + L_4c_{123}c_4 \quad (38)$$

$$y_T = L_1s_1 + L_2s_{12} + L_3s_{123} + L_4s_{123}c_4 \quad (39)$$

$$z_T = L_4s_4 \quad (40)$$

Kinematika Mundur (Inverse Kinematic)

Kinematika Invers dapat dijabarkan, Jika (x_T, y_T) dan (x, y) diketahui maka θ_2 , θ_1 dan θ_3 dapat dicari.

Persamaan Gerak Manipulator Robot

Differensial dari matriks jacobian dapat kita lihat pada planar manipulator dari robot penjinak bom (lihat gambar Konfigurasi Manipulator Robot 4-Joint (DOF)).

Hubungan antara end effector dengan sudut-sudut sambungan adalah :

$$x_T = L_1c_1 + L_2c_{12} + L_3c_{123} + L_4c_{123}c_4 \quad (46)$$

$$y_T = L_1s_1 + L_2s_{12} + L_3s_{123} + L_4s_{123}c_4 \quad (47)$$

$$z_T = L_4s_4 \quad (48)$$

$$\alpha = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 \quad (49)$$

θ_1 , θ_2 , θ_3 dan θ_4 merupakan fungsi dari waktu, kecepatan di titik $(x, y \text{ dan } z)$ diperoleh dengan mendifferensialkan ketiga persamaan posisi diatas :

$$\dot{x} = -(L_1s_1 + L_2s_{12} + L_3s_{123} + L_4s_{123}c_4) \dot{\theta}_1 - (L_2s_{12} + L_3s_{123} + L_4s_{123}c_4) \dot{\theta}_2 - (L_3s_{123} + L_4s_{123}c_4) \dot{\theta}_3 - L_4s_{123} \dot{\theta}_4 \quad (50)$$

$$\dot{y} = -(L_1c_1 + L_2c_{12} + L_3c_{123} + L_4c_{123}c_4) \dot{\theta}_1 - (L_2c_{12} + L_3c_{123} + L_4c_{123}c_4) \dot{\theta}_2 - (L_3c_{123} + L_4c_{123}c_4) \dot{\theta}_3 - L_4c_{123} \dot{\theta}_4 \quad (51)$$

$$\dot{z} = L_4c_4 \dot{\theta}_4 \quad (52)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4 \quad (53)$$

Dalam ekspresi dengan menggunakan matriks Transformasi Jacobian maka persamaan kinematiknya (Forward Kinematic) untuk kecepatan linier dapat ditulis:

$$\dot{\underline{x}} = J(\underline{\theta}) \dot{\underline{\theta}} \quad (54)$$

Matriks Jacobian $(J(\underline{\theta}))$ adalah sebagai berikut :

$$J(\underline{\theta}) = \begin{bmatrix} -L_1s_1 - L_2s_{12} - L_3s_{123} - L_4s_{123}c_4 & -L_2s_{12} - L_3s_{123} - L_4s_{123}c_4 & -L_3s_{123} - L_4s_{123}c_4 & -L_4s_{123} \\ L_1c_1 + L_2c_{12} + L_3c_{123} + L_4c_{123}c_4 & L_2c_{12} + L_3c_{123} + L_4c_{123}c_4 & L_3c_{123} + L_4c_{123}c_4 & L_4c_{123} \\ 0 & 0 & 0 & L_4c_4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Sedangkan untuk menentukan kecepatan sudut maka persamaan kinematiknya (Invers Kinematic) yaitu :

$$\underline{\ddot{\theta}} = J(\underline{\theta})^{-1} \underline{\ddot{x}} \quad \text{atau} \quad \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \end{bmatrix} = [J(\underline{\theta})]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (55)$$

Percepatan linear dititik ($\ddot{x}$, $\ddot{y}$ dan $\ddot{z}$) diperoleh dengan mendifferensialkan ketiga persamaan kecepatan linear diatas :

$$\underline{\ddot{x}} = J(\underline{\theta}) \underline{\ddot{\theta}} - \dot{J}(\underline{\theta}) \underline{\dot{\theta}} \quad (56)$$

Dalam bentuk Matriks persamaan percepatan dapat ditulis sebagai berikut :

$$\underline{\ddot{x}} = J(\underline{\theta}) \underline{\ddot{\theta}} \quad (57)$$

Sedangkan untuk menentukan percepatan sudut maka persamaan kinematiknya (Invers Kinematic) yaitu :

$$\underline{\ddot{\theta}} = J(\underline{\theta})^{-1} \underline{\ddot{x}} \quad (58)$$

Analisis Dinamika Manipulator

Robot secara fisik adalah suatu benda yang memiliki struktur tertentu dengan massa tertentu yang dalam pergerakannya tunduk kepada hukum-hukum alam yang berkaitan dengan gravitasi dan atau massa/kelembaman. Setiap struktur dan massa yang berbeda akan memberikan efek inersia yang berbeda pula sehingga penanganan dalam pemberian torsi pada setiap sendi (dengan kata lain : sinyal pengemudian aktuator/motor tiap sendi) seharusnya berbeda pula.

Dalam Jacobian Matriks kita dapat melihat hubungan antara torsi setiap sendi dengan gaya yang bekerja pada *end effector*, yaitu :

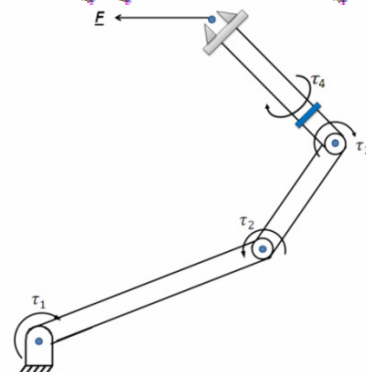
$$\underline{\tau} = J(\underline{\theta})^T \underline{F}$$

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_1 S_1 - L_2 S_{12} - L_3 S_{123} - L_4 S_{123} & L_1 C_1 + L_2 C_{12} + L_3 C_{123} + L_4 C_{123} & 0 & 1 \\ -L_2 S_{12} - L_3 S_{123} - L_4 S_{123} & L_2 C_{12} + L_3 C_{123} + L_4 C_{123} & 0 & 1 \\ -L_3 S_{123} - L_4 S_{123} & L_3 C_{123} + L_4 C_{123} & 0 & 1 \\ -L_4 S_4 & -L_4 C_4 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dimana :

$$\underline{F} = m \cdot g \text{ (N)}$$

m = massa (kg)
 g = gaya gravitasi bumi
 $= 9,81 \text{ m/dt}^2$
 $F_x = (m_{TOTAL} \cdot g) \cdot C_{123} C_4$
 $F_y = (m_{TOTAL} \cdot g) \cdot S_{123} C_4$
 $F_z = 0$



Gbr. 06 Hubungan antara torsi (τ) dan gaya-gaya (F) Pada end effector

DAFTAR PUSTAKA

- Bappenas, 2005. Pencegahan dan Penanggulangan Terorisme, [www.bappenas.go.id](http://www.bappenas.go.id/index.php?module=Filemanager&func=download&pathtext=ContentExpress/RKP%202008/Perpres/Buku2/&view=Bab%2005%20-%20Narasi.doc) /index.
 Php?module=Filemanager&func=download&pathtext=ContentExpress/RKP%202008/Perpres/Buku2/&view=Bab%2005%20-%20Narasi.doc , tgl akses 10 juni 2007.
2005. Rising Robot, Discovery Channel (Electronic Version)
 Groover, Mikell. P., Weiss, Mitchell., Nagel, Roger. N., Odrey, Nicholas. G., 1986. Industrial Robotics-Technology, Programming, and Applications. McGraw-Hill Book Company, New York.

- Pitowarno, Endra., 2006. Robotika : Desain, Kontrol dan Kecerdasan Buatan. Penerbit ANDI, Yogyakarta.
- Rosen, Jacob., 1989. Models of Robot Manipulation : *Direct manipulator Kinematics*. Department of Electrical Engineering –University of Washintong.
-, 1989. Models of Robot Manipulation : *Introduction & Basic Ideas – Speed Description & Transformation*. Department of Electrical Engineering –University of Washintong.
-, 1989. Models of Robot Manipulation : *Jacobian*. Department of Electrical Engineering – University of Washintong.