

Analisis Kesalahan Nilai RMS Sinyal Sinusoidaloidal Kontinu tanpa dan dengan Fungsi *Window*

Andriansyah dan Zainal Abidin

*Departemen Teknik Mesin, Fakultas Teknik Mesin Dan Dirgantara, Institut Teknologi Bandung
Jl. Ganesha 10, Bandung 40132, Indonesia*

Abstrak

Tingkat kerusakan mesin biasa diukur dari level getarannya. Berdasarkan ISO 10816, level getaran ini dinyatakan dengan nilai RMS sinyal kecepatan. Oleh karena itu, pengukuran nilai RMS sinyal kecepatan mesin menjadi kegiatan yang sangat penting dalam memantau tingkat kerusakan mesin. Ketelitian pengukuran ini benar-benar diperlukan karena sedikit kesalahan pada hasil pengukuran bisa berakibat fatal. Bertolak dari masalah ini, pada makalah ini dipaparkan analisis kesalahan nilai RMS sinyal sinusoidaloidal kontinu tanpa dan dengan fungsi *window*. Analisis ini dilakukan untuk mengetahui pengaturan parameter pengukuran getaran yang benar sehingga penyimpangan nilai RMS sinyal kecepatan dapat diminimalisasi. Dari analisis ini diperoleh kesimpulan bahwa penyimpangan nilai RMS sinyal getaran dijamin bernilai kurang dari 1% apabila waktu rekam sinyal mencapai nilai minimumnya. Untuk pengukuran nilai RMS sinyal tanpa menggunakan fungsi *window*, nilai minimumnya adalah 7,8 kali periode sinyal getaran. Sementara itu, untuk pengukuran nilai RMS sinyal dengan menggunakan fungsi *window Hanning* dan *Flattop*, nilai minimumnya berturut-turut adalah 1,4 dan 3,0 kali periode sinyal getaran.

Kata kunci: RMS, Kontinu, *Hanning* dan *Flattop*.

1. PENDAHULUAN

Dalam pengukuran getaran, nilai RMS getaran biasa digunakan sebagai nilai yang menyatakan tingkat kerusakan mesin. Kendalanya, nilai RMS getaran hasil pengukuran selalu mengalami kesalahan akibat pemilihan waktu rekam yang tidak sama dengan kelipatan periode sinyal getaran. Kesalahan ini jelas tidak mungkin dihindari karena sinyal getaran mesin mengandung banyak komponen frekuensi. Penggunaan fungsi *window* sering digunakan untuk mengurangi kesalahan ini. Dalam rangka menelusuri lebih jauh mengenai kesalahan nilai RMS, pada makalah ini dipaparkan analisis kesalahan nilai RMS tanpa dan dengan fungsi *window*.

Sebelumnya Sedlacek [1] telah menganalisis kesalahan nilai RMS sinyal sinusoidaloidal akibat penggunaan fungsi *window Hanning*, namun belum dilengkapi dengan analisis pengaruh sudut fasa terhadap kesalahan nilai RMS. Di samping itu, Lapina [2] telah melakukan analisis serupa dan telah dilengkapi dengan analisis pengaruh fasa terhadap kesalahan nilai RMS. Akan tetapi, Lapina [1] hanya menganalisis kesalahan nilai RMS sinyal dengan sudut fasa 0° , 45° , 90° dan 135° serta tidak diturunkan persamaan yang menyatakan kesalahan nilai RMS.

Pada makalah ini dipaparkan penurunan persamaan kesalahan nilai RMS sinyal sinusoidal kontinu tanpa dan dengan fungsi *window*. Di sini, fungsi *window* yang digunakan adalah fungsi *window Hanning* dan *Flattop*. Dari persamaan-persamaan yang diturunkan diperoleh bahwa terdapat dua variabel yang mempengaruhi kesalahan nilai RMS,

yaitu perbandingan waktu rekam terhadap periode sinyal dan sudut fasa.

2. METODE

Pada makalah ini dipaparkan penurunan persamaan kesalahan nilai RMS dari sinyal sinusoidal kontinu tanpa fungsi *window* dan dengan fungsi *window Hanning* dan *Flattop*. Mengingat bahwa sudut fasa getaran bersifat acak, maka diturunkan pula persamaan kesalahan nilai RMS maksimum dari sinyal sinusoidal untuk sembarang sudut fasa. Selanjutnya, persamaan-persamaan kesalahan nilai RMS maksimum yang diperoleh diuji kebenarannya dengan simulasi numerik. Pada simulasi ini dibuat berbagai sinyal sinusoidal dengan perbandingan waktu rekam terhadap periode sinyal dan sudut fasa yang bervariasi. Kesalahan maksimum nilai RMS sinyal-sinyal ini dihitung kemudian dibandingkan dengan nilai kesalahan maksimum RMS menurut persamaan yang telah diturunkan. Kecocokan antara nilai RMS maksimum hasil simulasi dengan nilai RMS maksimum menurut persamaan mengindikasikan bahwa persamaan kesalahan maksimum nilai RMS yang telah diturunkan sudah benar.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Kesalahan nilai RMS untuk sinyal sinusoidal kontinu tanpa fungsi *window* dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$\delta_{\text{RMS}}(T_r, \Phi) = \frac{y_{\text{RMS}}(T_r, \Phi) - y_{\text{RMS}}(T)}{y_{\text{RMS}}(T)}, \quad (1)$$

di mana $y_{RMS}(T_r, \Phi)$ adalah nilai RMS sinyal sinusoidal kontinu tanpa fungsi *window* yang direkam, $y_{RMS}(T)$ adalah nilai RMS sinyal sinusoidal kontinu untuk satu periode, dan Φ adalah sudut fasa. Berdasarkan definisi nilai RMS, dapat diketahui bahwa untuk sinyal sinusoidal

$$y(t) = Y \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \Phi\right), \quad (2)$$

berlaku

$$y_{RMS}(T_r, \Phi) = \sqrt{\frac{1}{T_r} \int_0^{T_r} y^2(t) dt}, \quad (3)$$

$$y_{RMS}(T_r, \Phi) = \frac{Y}{\sqrt{2}} \left[1 - \dots \frac{\cos[2\pi N_r + 2\Phi] \sin\left(2\pi \frac{T_r}{T}\right)}{2\pi \frac{T_r}{T}} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

dan

$$y_{RMS}(T) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} = \frac{Y}{\sqrt{2}}, \quad (5)$$

di mana Y adalah amplitudo sinyal, T_r adalah waktu rekam, dan T adalah periode sinyal. Untuk sinyal sinusoidal tanpa fungsi *window*, persamaan kesalahan nilai RMS sebagai fungsi perbandingan waktu rekam terhadap periode sinyal (N_r) dan sudut fasa Φ dapat diturunkan dengan mensubstitusikan variabel $y_{RMS}(T_r, \Phi)$ dari Persamaan (4) dan nilai $y_{RMS}(T)$ dari Persamaan (5) ke Persamaan (1) sehingga menghasilkan persamaan berikut:

$$\delta_{RMS}(N_r, \Phi) = \left[1 - \dots \frac{\cos[2\pi N_r + 2\Phi] \sin(2\pi N_r)}{2\pi N_r} \right]^{\frac{1}{2}} - 1. \quad (6)$$

Sementara itu, kesalahan nilai RMS untuk sinyal sinusoidal kontinu dengan fungsi *window* dapat dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$\delta_{RMS,w}(T_r, \Phi) = \frac{y_{RMS,w}(T_r, \Phi) - y_{RMS}(T)}{y_{RMS}(T)}, \quad (7)$$

di mana $y_{RMS,w}(T_r, \Phi)$ adalah nilai RMS sinyal sinusoidal kontinu dengan fungsi *window* yang direkam. Berdasarkan definisi nilai RMS [2], dapat diketahui bahwa untuk sinyal sinusoidal nilai RMS akibat penggunaan fungsi *window* berlaku

$$y_{RMS,w}(T_r, \Phi) = \frac{\sqrt{\frac{1}{T_r} \int_0^{T_r} (w(t) \cdot y(t))^2 dt}}{\sqrt{\frac{1}{T_r} \int_0^{T_r} w^2(t) dt}}, \quad (8)$$

di mana $w(t)$ adalah fungsi *window* yang digunakan. Fungsi *window* dapat dinyatakan dalam persamaan berikut :

$$w(t) = \sum_{i=0}^p (-1)^i a_i \cos\left(\frac{2\pi t i}{T_r}\right), \quad (9)$$

di mana p merupakan orde *window*, dan a_i merupakan koefisien fungsi *window*. Untuk fungsi *window*

Hanning dan *Flattop*, nilai koefisien dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1 Nilai koefisien-koefisien fungsi *window Hanning* dan *Flattop*

| i | Nilai a_i | |
|---|----------------|----------------|
| | <i>Hanning</i> | <i>Flattop</i> |
| 0 | 1,000 | 1,000 |
| 1 | 1,000 | 1,933 |
| 2 | 0,000 | 1,286 |
| 3 | 0,000 | 0,388 |
| 4 | 0,000 | 0,032 |

Nilai RMS sinyal sinusoidal dengan fungsi *window* sebagai fungsi parameter N_r dan sudut fasa Φ dapat diturunkan dengan mensubstitusikan variabel $y(t)$ dari Persamaan (2), fungsi *window* $w(t)$ dari Persamaan (9) ke Persamaan (7) sehingga menghasilkan persamaan berikut:

$$y_{RMS,w}(N_r, \Phi) = \frac{Y}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(1 + \frac{B_w M}{\pi B_{w0}}\right)}, N_r \neq \frac{k}{2} > 0, \quad (10)$$

di mana

$$M = \cos[2\pi N_r + 2\Phi] \sin(2\pi N_r), \quad (10.a)$$

$$B_w = \frac{B_{w0}}{2N_r} + \sum_{k=1}^8 \left(\frac{B_{wk}}{2N_r - k} + \frac{B_{wk}}{2N_r + k} \right), \quad (10.b)$$

$$B_{w0} = -\frac{a_0^2}{2} - \sum_{k=1}^8 \frac{a_k^2}{4}, \quad (10.c)$$

$$B_{w1} = \frac{a_0 a_1}{2} + \frac{a_1 a_2}{4} + \frac{a_2 a_3}{4} + \frac{a_3 a_4}{4}, \quad (10.d)$$

$$B_{w2} = -\frac{a_1^2}{8} - \frac{a_0 a_2}{2} - \frac{a_1 a_3}{4} - \frac{a_2 a_4}{4}, \quad (10.e)$$

$$B_{w3} = \frac{a_0 a_3}{2} + \frac{a_1 a_2}{4} + \frac{a_2 a_4}{4}, \quad (10.f)$$

$$B_{w4} = -\frac{a_2^2}{8} - \frac{a_0 a_4}{4} - \frac{a_1 a_3}{4}, \quad (10.g)$$

$$B_{w5} = \frac{a_1 a_4}{4} + \frac{a_2 a_3}{4}, \quad (10.h)$$

$$B_{w6} = -\frac{a_3^2}{8} - \frac{a_2 a_4}{4}, \quad (10.i)$$

$$B_{w7} = \frac{a_3 a_4}{4}, \quad (10.j)$$

$$B_{w8} = -\frac{a_4^2}{8}, \quad (10.k)$$

dan

$$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \text{ dan } 8. \quad (10.l)$$

Untuk nilai $N_r = k/2$, Persamaan (10) mengandung suku $B_w M$ yang bernilai 0/0. Oleh karena itu, nilai RMS ketika $N_r = k/2$ dihitung menggunakan nilai limit N_r menuju $k/2$ dari Persamaan (10) sehingga diperoleh

$$y_{RMS,w}\left(\frac{k}{2}, \Phi\right) = \lim_{N_r \rightarrow k/2} y_{RMS,w}(N_r, \Phi) = \frac{Y}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \cos(2\Phi)}, N_r = \frac{k}{2}. \quad (11)$$

Dengan mensubstitusikan variabel $y_{RMS,w}(N_r, \Phi)$ pada Persamaan (10), variabel $y_{RMS,w}(k/2, \Phi)$ pada Persamaan (11), dan nilai $y_{RMS}(T)$ ke dalam Persamaan (7), maka diperoleh persamaan kesalahan nilai RMS sinyal sinusoidal dengan fungsi *window* sebagai fungsi dari parameter N_r dan sudut fasa Φ yang dinyatakan dalam persamaan

$$\delta_{RMS,w}(N_r, \Phi) = \begin{cases} [1 - \dots \frac{B_{wk}}{2B_{w0}} \cos(2\Phi)]^{\frac{1}{2}} - \dots \\ 1, & N_r = \frac{k}{2}, \\ \sqrt{\left(1 + \frac{B_w M}{\pi B_{w0}}\right) - 1}, & N_r \neq \frac{k}{2} > 0. \end{cases} \quad (12)$$

di mana $\delta_{RMS,w}(N_r, \Phi)$ adalah kesalahan nilai RMS sinyal sinusoidal dengan fungsi *window*.

Kesalahan kritis nilai RMS sinyal sinusoidal tanpa fungsi *window* pada suatu nilai N_r tertentu terjadi ketika turunan pertama dari Persamaan (6) terhadap Φ bernilai nol. Dengan melakukan diferensiasi ini, diperoleh variabel sudut fasa kritis Φ_c :

$$\Phi_c = \left(\frac{n}{2} - N_r\right) \pi, n \in Z. \quad (13)$$

Dengan mensubstitusikan variabel sudut fasa Φ_c pada Persamaan (13) ke dalam Persamaan (6) maka diperoleh dua persamaan kesalahan kritis yaitu

$$\delta_{RMS,k,1}(N_r) = \sqrt{1 + \frac{\sin(2\pi N_r)}{2\pi N_r}} - 1, N_r > 0, \quad (14)$$

dan

$$\delta_{RMS,k,2}(N_r) = \sqrt{1 - \frac{\sin(2\pi N_r)}{2\pi N_r}} - 1, N_r > 0. \quad (15)$$

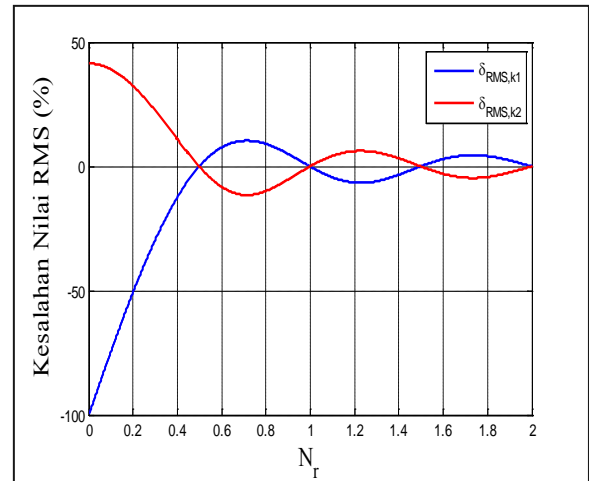
Kedua persamaan ini divisualisasikan pada Gambar 1. Untuk perbandingan, kedua persamaan ini digambar ulang dalam bentuk harga mutlak sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 2. Pada gambar ini tampak bahwa nilai kesalahan RMS maksimum mengikuti persamaan kritis satu $\delta_{RMS,k,1}$ dan persamaan kritis dua $\delta_{RMS,k,2}$ secara bergantian dengan periode N_r 0,5. Berdasarkan fakta ini kemudian dibuat persamaan umum yang menyatakan kesalahan nilai RMS maksimum sinyal sinusoidal tanpa fungsi *window*

$$|\delta_{RMS,max}(N_r)| = [1 + \dots (-1)^{\lfloor 2N_r \rfloor} \frac{\sin(2\pi N_r)}{2\pi N_r}]^{\frac{1}{2}}, N_r > 0, \quad (16)$$

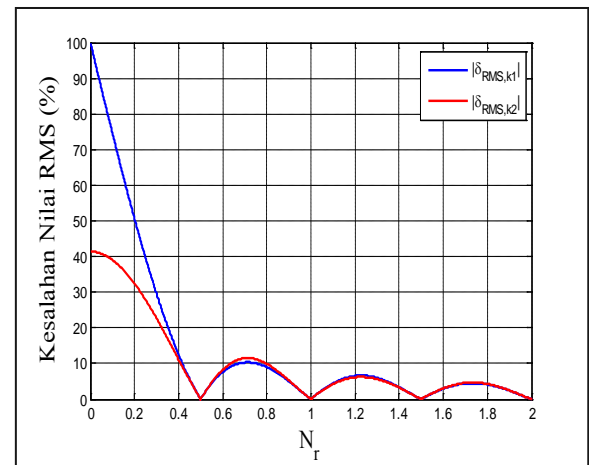
di mana tanda kurung $\lfloor \ \rfloor$ menyatakan fungsi lantai (*floor*).

Kesalahan kritis nilai RMS akibat penggunaan fungsi *window* pada suatu nilai N_r tertentu terjadi ketika turunan pertama dari Persamaan (12) terhadap Φ bernilai nol. Dengan melakukan diferensiasi ini, diperoleh variabel sudut fasa kritis Φ_c :

$$\Phi_c = \left(\frac{n}{2} - N_r\right) \pi, n \in Z. \quad (17)$$



Gambar 1 Kesalahan kritis nilai RMS sinyal sinusoidal tanpa fungsi *window*



Gambar 2 Harga mutlak kesalahan kritis nilai RMS sinyal sinusoidal tanpa fungsi *window*

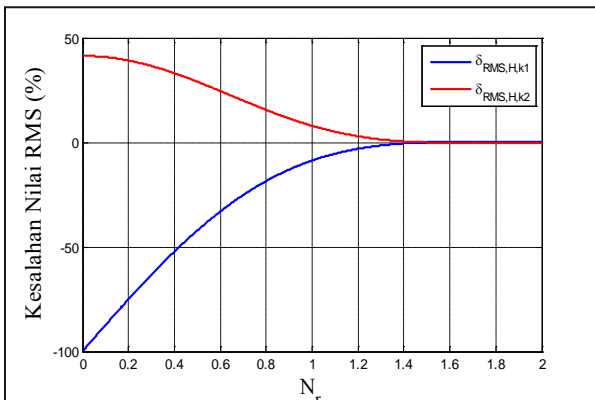
Dengan mensubstitusikan variabel sudut fasa Φ_c pada Persamaan (17) ke dalam Persamaan (12) maka diperoleh dua persamaan kesalahan kritis yaitu

$$\delta_{RMS,w,k1}(N_r) = \begin{cases} \sqrt{\left(1 + \frac{B_{wk}}{2B_{w0}}\right) - 1}, & N_r = \frac{k}{2}, \\ [1 + \dots \frac{B_w \sin(2\pi N_r)}{\pi B_{w0}}]^{\frac{1}{2}} - \dots \\ 1, & N_r \neq \frac{k}{2} > 0, \end{cases} \quad (18)$$

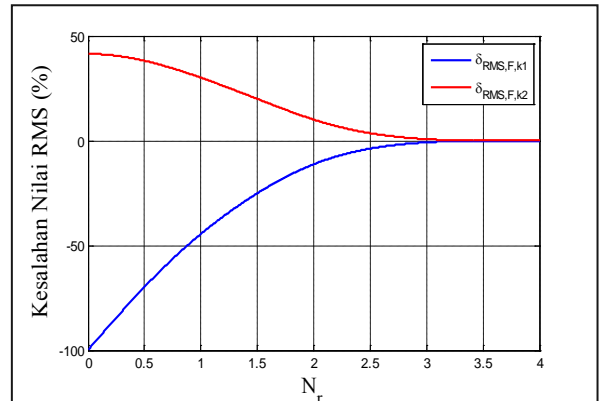
$$\delta_{RMS,w,k2}(N_r) = \begin{cases} \sqrt{\left(1 - \frac{B_{wk}}{2B_{w0}}\right) - 1}, N_r = \frac{k}{2}, \\ \left[1 - \dots \frac{B_w \sin(2\pi N_r)}{\pi B_{w0}}\right]^{\frac{1}{2}} - \dots \\ 1, N_r \neq \frac{k}{2} > 0. \end{cases} \quad (19)$$

Kedua persamaan ini divisualisasikan pada Gambar 3 dan 4 secara berturut-turut untuk fungsi *window Hanning* dan *Flattop*. Untuk perbandingan, kedua persamaan ini digambar dalam bentuk harga mutlaknya sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 5 dan 6 secara berturut-turut untuk fungsi *window Hanning* dan *Flattop*. Di sini tampak bahwa untuk nilai N_r yang sama, nilai kesalahan RMS kritis satu $\delta_{RMS,w,k1}$ selalu lebih besar daripada nilai kesalahan RMS kritis dua $\delta_{RMS,w,k2}$. Berdasarkan fakta ini kemudian dibuat persamaan umum yang menyatakan kesalahan nilai RMS maksimum sinyal sinusoidal dengan fungsi *window*

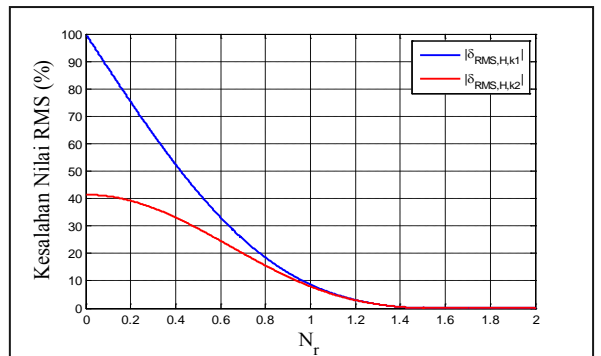
$$|\delta_{RMS,w, \max}(N_r)| = |\delta_{RMS,w,k1}(N_r)| = \begin{cases} \left| \left[1 + \dots \frac{B_{wk}}{2B_{w0}}\right]^{\frac{1}{2}} - 1 \right|, N_r = \frac{k}{2}, \\ \left| \left[1 + \dots \frac{B_w \sin(2\pi N_r)}{\pi B_{w0}}\right]^{\frac{1}{2}} - \dots \right| \\ 1, N_r \neq \frac{k}{2} > 0. \end{cases} \quad (20)$$



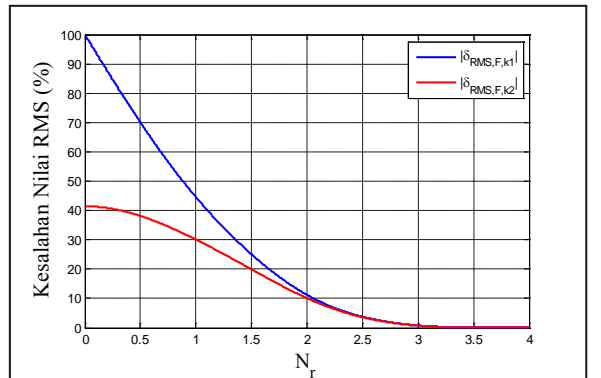
Gambar 3 Kesalahan kritis nilai RMS sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Hanning*



Gambar 4 Kesalahan kritis nilai RMS sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Flattop*

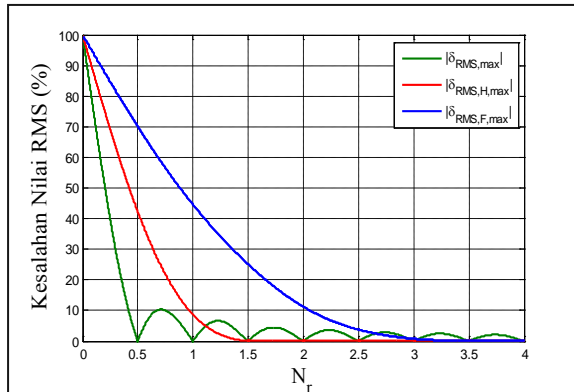


Gambar 5 Harga mutlak kesalahan kritis nilai RMS sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Hanning*



Gambar 6 Harga mutlak kesalahan nilai RMS kritis sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Flattop*

Untuk mengetahui pengaruh penggunaan fungsi *window* dan perbandingan antara waktu rekam dengan periode sinyal terhadap kesalahan nilai RMS, maka grafik kesalahan maksimum nilai RMS tanpa dan dengan fungsi *window* diperlihatkan pada Gambar 7. Berdasarkan Gambar 7, dapat diketahui bahwa penggunaan fungsi *window* dapat mengurangi kesalahan nilai RMS lebih cepat daripada tanpa menggunakan fungsi *window*. Selain itu, kesalahan nilai RMS semakin kecil jika perbandingan waktu rekam terhadap periode sinyal semakin besar.



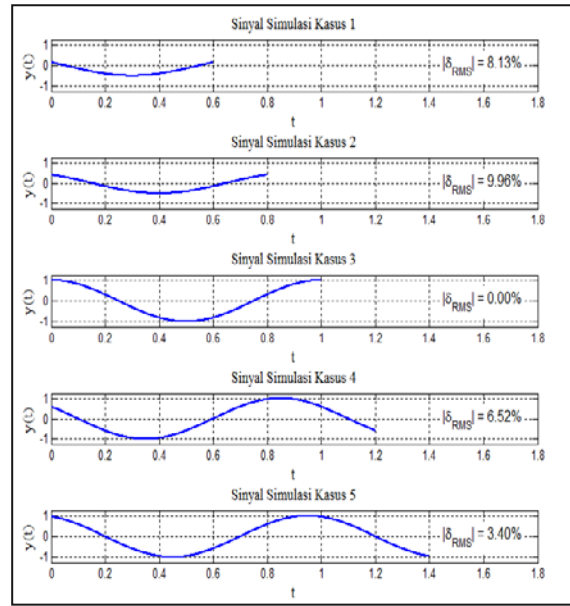
Gambar 7 Perbandingan kesalahan maksimum nilai RMS sinyal sinusoidal dengan dan tanpa fungsi window

Untuk meyakinkan bahwa persamaan kesalahan maksimum nilai RMS sinyal sinusoidal tanpa fungsi window yang diturunkan sudah benar, maka dilakukan validasi persamaan kesalahan RMS maksimum secara numerik. Untuk keperluan validasi ini dibuat lima kasus sinyal sinusoidal simulasi $y(t)$. Nilai amplitudo Y , sudut fasa kritis Φ_c , dan lama waktu rekam T_r pada tiap kasus divariasikan, sedangkan nilai periode sinyal T dibuat konstan sebesar 1 detik. Nilai sudut fasa kritis Φ_c dihitung menggunakan Persamaan (13) untuk sinyal sinusoidal tanpa fungsi window. Mengingat bahwa ini adalah simulasi dari sinyal kontinu, maka sinyal simulasi dibuat dengan dengan periode cuplik sebesar 10^{-4} detik sehingga pada tiap periode sinyal simulasi terdapat 10.000 sampel. Adapun kombinasi nilai amplitudo Y , waktu rekam T_r dan sudut fasa kritis Φ_c yang dibuat untuk sinyal sinusoidal tanpa fungsi window diperlihatkan pada Tabel 2.

Tabel 2 Kombinasi nilai amplitudo dan sudut fasa kritis sinyal simulasi tanpa fungsi window

| Kasus | Y | Φ_c [radian] | T_r [detik] |
|-------|-----|-------------------|---------------|
| 1 | 0,5 | $0,9 \pi$ | 0,6 |
| 2 | 0,5 | $0,7 \pi$ | 0,8 |
| 3 | 1,0 | $0,5 \pi$ | 1,0 |
| 4 | 1,0 | $0,8 \pi$ | 1,2 |
| 5 | 1,0 | $0,6 \pi$ | 1,4 |

Dari parameter-parameter pada Tabel 2, nilai kesalahan RMS maksimum teoritis dihitung dengan menggunakan Persamaan (16). Sebagai pembandingan terhadap kesalahan nilai RMS maksimum teoritis, kesalahan maksimum nilai RMS sinyal simulasi pun dihitung dengan menggunakan Persamaan (1). Sinyal-sinyal simulasi yang dibuat beserta nilai-nilai kesalahan RMS-nya diperlihatkan pada Gambar 8.



Gambar 8 Sinyal simulasi untuk validasi persamaan kesalahan nilai RMS sinyal sinusoidal tanpa fungsi window

Pada Tabel 3 diperlihatkan perbandingan antara nilai kesalahan RMS maksimum sinyal sinusoidal tanpa fungsi window menurut persamaan kesalahan nilai RMS dan hasil simulasi. Pada tabel ini dapat dilihat bahwa selisih antara kesalahan maksimum nilai RMS menurut persamaan dengan kesalahan nilai RMS menurut hasil simulasi numerik untuk kelima kasus bernilai di bawah 1%. Ini merupakan indikasi bahwa persamaan kesalahan maksimum nilai RMS tanpa fungsi window yang diturunkan sudah benar.

Tabel 3 Perbandingan nilai kesalahan RMS sinyal sinusoidal tanpa fungsi window menurut persamaan dengan hasil simulasi

| Kasus | $ \delta_{RMS} $ [%] | | Selisih kesalahan [%] |
|-------|----------------------|----------|-----------------------|
| | Persamaan | Simulasi | |
| 1 | 8,13 | 8,13 | 0 |
| 2 | 9,96 | 9,96 | 0 |
| 3 | 0,00 | 0,00 | 0 |
| 4 | 6,52 | 6,52 | 0 |
| 5 | 3,40 | 3,40 | 0 |

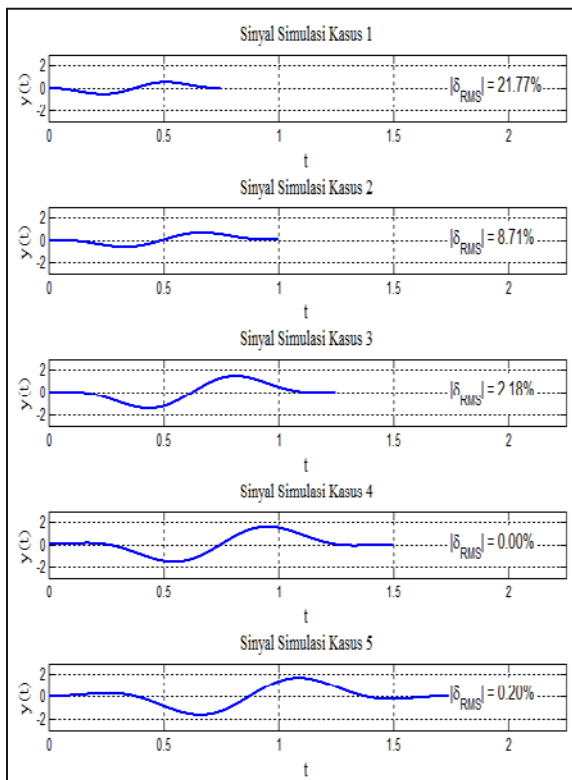
Sementara itu untuk validasi persamaan kesalahan maksimum nilai RMS sinyal sinusoidal kontinu dengan fungsi window Hanning, dibuat lima kasus sinyal sinusoidal simulasi $y(t)$. Nilai amplitudo Y , sudut fasa kritis Φ_c , dan lama waktu rekam T_r pada tiap kasus divariasikan, sedangkan nilai periode sinyal T dibuat konstan sebesar 1 detik. Nilai sudut fasa kritis Φ_c dihitung menggunakan Persamaan (17). Sinyal simulasi dibuat dengan periode cuplik yang sama dengan sinyal simulasi tanpa fungsi window. Adapun kombinasi nilai amplitudo Y , waktu rekam T_r dan sudut fasa kritis Φ_c untuk tiap kasus diperlihatkan pada Tabel 4.

Tabel 4 Kombinasi nilai amplitudo dan sudut fasa kritis sinyal simulasi dengan fungsi *window Hanning*

| Kasus | Y | Φ_c [radian] | T_r [detik] |
|-------|-----|-------------------|---------------|
| 1 | 0,5 | $1,25 \pi$ | 0,75 |
| 2 | 0,5 | $1,00 \pi$ | 1,00 |
| 3 | 1,0 | $0,75 \pi$ | 1,25 |
| 4 | 1,0 | $0,50 \pi$ | 1,50 |
| 5 | 1,0 | $0,25 \pi$ | 1,75 |

Dari parameter-parameter pada Tabel 4, nilai kesalahan RMS maksimum teoritis sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Hanning* dihitung dengan menggunakan Persamaan (20). Sebagai pembandingan, kesalahan nilai RMS sinyal simulasi pun dihitung dengan menggunakan Persamaan (7). Sinyal-sinyal simulasi yang dibuat beserta nilai-nilai kesalahan RMS-nya diperlihatkan pada Gambar 8.

Pada Tabel 5 diperlihatkan perbandingan antara nilai kesalahan RMS maksimum sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Hanning* menurut persamaan kesalahan maksimum nilai RMS dan hasil simulasi.



Gambar 9 Sinyal simulasi untuk validasi persamaan kesalahan nilai RMS sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Hanning*

Pada tabel ini dapat dilihat bahwa selisih antara kesalahan maksimum nilai RMS menurut persamaan dengan kesalahan nilai RMS menurut hasil simulasi numerik untuk kelima kasus bernilai di bawah 1%. Ini merupakan indikasi bahwa persamaan kesalahan nilai

RMS dengan fungsi *window Hanning* yang diturunkan sudah benar.

Tabel 5 Perbandingan nilai kesalahan RMS sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Hanning* menurut persamaan dengan hasil simulasi

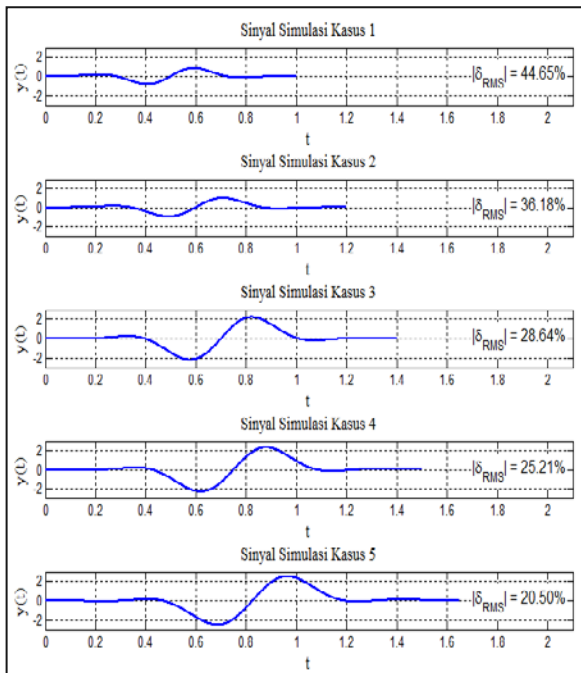
| Kasus | $ \delta_{RMS} $ [%] | | Selisih kesalahan [%] |
|-------|----------------------|----------|-----------------------|
| | Persamaan | Simulasi | |
| 1 | 21,77 | 21,77 | 0 |
| 2 | 8,71 | 8,71 | 0 |
| 3 | 2,18 | 2,18 | 0 |
| 4 | 0,00 | 0,00 | 0 |
| 5 | 0,20 | 0,20 | 0 |

Untuk sinyal sinusoidal kontinu dengan fungsi *window Flattop*, validasi persamaan kesalahan nilai RMS juga menggunakan lima kasus sinyal sinusoidal simulasi $y(t)$. Nilai amplitudo Y, sudut fasa kritis Φ_c , dan lama waktu rekam T_r pada tiap kasus divariasikan, sedangkan nilai periode sinyal T dibuat konstan sebesar 1 detik. Nilai sudut fasa kritis Φ_c dihitung menggunakan Persamaan (17). Seperti pada sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Hanning*, sinyal simulasi dibuat dengan periode cuplik sebesar 10^{-4} detik. Adapun kombinasi nilai amplitudo Y, lama waktu rekam T_r dan sudut fasa kritis Φ_c untuk tiap kasus diperlihatkan pada Tabel 6.

Tabel 6 Kombinasi nilai amplitudo dan sudut fasa kritis sinyal simulasi dengan fungsi *window Flattop*

| Kasus | Y | Φ_c [radian] | T_r [detik] |
|-------|-----|-------------------|---------------|
| 1 | 0,5 | $1,00 \pi$ | 1,00 |
| 2 | 0,5 | $0,80 \pi$ | 1,20 |
| 3 | 1,0 | $0,60 \pi$ | 1,40 |
| 4 | 1,0 | $0,50 \pi$ | 1,50 |
| 5 | 1,0 | $0,35 \pi$ | 1,65 |

Dari parameter-parameter pada Tabel 6, nilai kesalahan RMS maksimum teoritis sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Flattop* dihitung dengan menggunakan Persamaan (20). Sebagai pembandingan, kesalahan nilai RMS sinyal simulasi ini pun dihitung dengan menggunakan Persamaan (7). Sinyal-sinyal simulasi yang dibuat beserta nilai-nilai kesalahan RMS-nya diperlihatkan pada Gambar 10.



Gambar 10 Sinyal simulasi untuk validasi persamaan kesalahan nilai RMS sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Flattop*

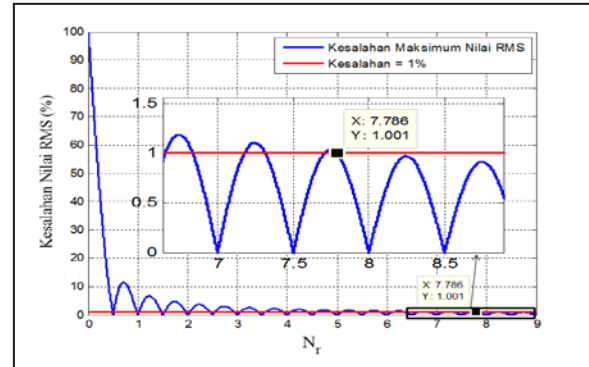
Pada Tabel 7 diperlihatkan perbandingan antara nilai kesalahan RMS maksimum sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Flattop* menurut persamaan kesalahan nilai RMS dan hasil simulasi. Pada tabel ini dapat dilihat bahwa selisih antara kesalahan maksimum nilai RMS menurut persamaan dengan kesalahan nilai RMS menurut hasil simulasi numerik untuk kelima kasus bernilai di bawah 1%. Ini merupakan indikasi bahwa persamaan kesalahan nilai RMS dengan fungsi *window Flattop* yang diturunkan sudah benar.

Tabel 7 Perbandingan nilai kesalahan RMS sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Flattop* menurut persamaan dengan hasil simulasi

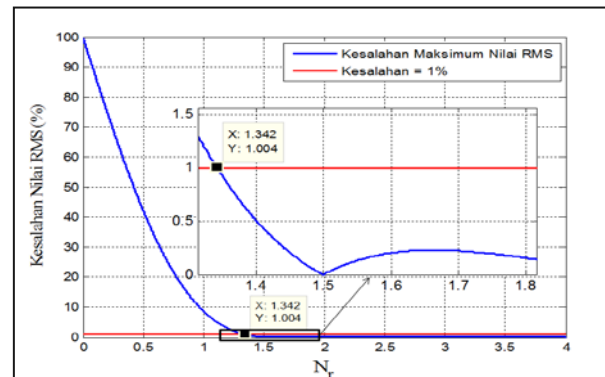
| Kasus | $ \delta_{RMS} $ [%] | | Selisih kesalahan [%] |
|-------|----------------------|----------|-----------------------|
| | Persamaan | Simulasi | |
| 1 | 44,65 | 44,65 | 0,00 |
| 2 | 36,23 | 36,18 | 0,05 |
| 3 | 28,68 | 28,64 | 0,04 |
| 4 | 25,21 | 25,21 | 0,00 |
| 5 | 20,41 | 20,50 | -0,09 |

Dalam pengukuran getaran, dapat dipastikan bahwa waktu rekam tidak pernah merupakan kelipatan sinyal getaran yang mengakibatkan timbulnya kesalahan nilai RMS. Agar kesalahan ini bernilai minimum, perlu dipilih waktu rekam yang ‘tepat’. Di sini, diharapkan nilai kesalahan nilai RMS kurang dari 1%. Pada Gambar 11 diperlihatkan grafik nilai kesalahan RMS maksimum untuk sinyal sinusoidal tanpa fungsi *window* (δ_{RMS}) sebagai fungsi dari N_r . Dari grafik ini, nilai N_r dapat ditentukan

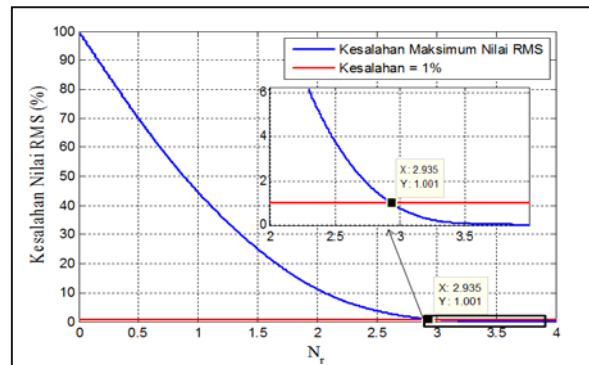
untuk mendapatkan $|\delta_{RMS}| < 1\%$. Kriteria ini terpenuhi ketika $N_r > 7,8$. Ini berarti bahwa waktu rekam minimum yang diperlukan adalah 7,8 kali periode sinyal. Untuk penggunaan fungsi *window Hanning* dan *Flattop*, nilai N_r berturut-turut yang memenuhi kriteria $|\delta_{RMS}| < 1\%$ adalah $N_r > 1,4$ dan $N_r > 3,0$. Penentuan nilai-nilai N_r ini diperlihatkan secara grafik pada Gambar 12 dan 13.



Gambar 11 Waktu rekam sinyal sinusoidal tanpa fungsi *window* agar $|\delta_{RMS}| < 1\%$



Gambar 12 Waktu rekam sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Hanning* agar $|\delta_{RMS}| < 1\%$



Gambar 13 Waktu rekam sinyal sinusoidal dengan fungsi *window Flattop* agar $|\delta_{RMS}| < 1\%$

4. KESIMPULAN

Dari hasil analisis dapat disimpulkan bahwa:

1. Penggunaan fungsi *window* dapat mengurangi kesalahan nilai RMS lebih cepat daripada tanpa menggunakan fungsi *window*.

- [2] Kesalahan nilai RMS semakin kecil ketika perbandingan waktu rekam terhadap periode sinyal semakin besar.
3. Waktu rekam minimum yang diperlukan agar
- [2] kesalahan nilai RMS kurang dari 1% untuk sinyal sinusoidaloidal tanpa fungsi *window* adalah 7,8 kali periode sinyal. Untuk sinyal sinusoidaloidal dengan fungsi *window Hanning* dan *Flattop*, waktu rekam minimum yang diperlukan masing-masing adalah 1,4 dan 3,0 kali periode sinyal.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Lapina, Ekaterina, 2011, *Periodic Signal Parameters Estimation Using DSP Methods, Master's Thesis, Czech Technical University, Prague.*
- [2] M. Sedlacek and M. Novotny, *Measurement of RMS Values of Non-Coherently Sampled Signals, Czech Technical University, Faculty of Electrical Engineering, Departement of Measurement, 2004.*
- [3] M. Novotny and D. Slepicka, *Uncertainty Analysis of The Phase and RMS Value by Non-Coherent Sampling in The Frequency Domain, Czech Technical University, Faculty of Electrical Engineering, Departement of Measurement, 2005.*
- [4] Ewins, D. J. *Modal Testing*, 2nd ed, England: Research Studies Pres, Ltd., 2000.
- [5] McConnell, K. G., *Vibration Testing: Theory and Practice* .New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 1995.

[3]

[4]

[5]