

## Penentuan Parameter Modal untuk Struktur dengan Kondisi Bebas-Bebas

Syafri<sup>1\*</sup>, Mulyadi Bur<sup>2</sup>, Meifal Rusli<sup>2</sup>, Lovely Son<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Jurusan Teknik Mesin, Universitas Riau, Kampus Bina Widya Panam, Pekanbaru-28293

<sup>2</sup>Jurusan Teknik Mesin, Universitas Andalas, Kampus Limau Manis, Padang-25163

email: \*prie\_00m022@yahoo.com

### Abstrak

Pesawat terbang, roket, dan satelit merupakan struktur yang beroperasi dengan kondisi bebas-bebas. Pada kondisi ini pengontrolan getaran menjadi sangat penting. Hal ini disebabkan karena penempatan aktuator pada pengendalian getaran secara aktif sangat sulit dilakukan. Oleh karena itu pengendalian getaran secara pasif dengan cara memodifikasi parameter modal dari struktur menjadi alternatif yang paling memungkinkan. Sebagai tahap awal, pada makalah ini dibahas analisis getaran untuk struktur dengan kondisi bebas-bebas, terutama dititik-beratkan untuk melihat parameter modal struktur.

Dalam penelitian ini kondisi bebas-bebas dimodelkan dari balok sederhana yang digantung dengan tali sedemikian rupa, sehingga bisa mewakili kondisi yang diinginkan. Oleh karena itu perlu disusun sebuah program komputasi berbasis MEH dengan bahasa pemrograman Matlab untuk memodelkan struktur tersebut. Keluaran dari program yang disusun selanjutnya divalidasi dengan data-data hasil pengujian.

Model yang digunakan pada penelitian ini adalah balok baja berpenampang seragam (900 x 40 x 8 mm) dengan jumlah elemen yang bervariasi. Modus getar yang diamati dalam penelitian ini adalah lima modus getar pertama. Penyimpangan perhitungan frekuensi pribadi tertinggi secara numerik terjadi pada modus ke lima senilai 5,29% dibandingkan dengan secara eksperimental.

Kata kunci: Struktur bebas-bebas, FRF, Frekuensi pribadi, Modus getar, Rasio redaman

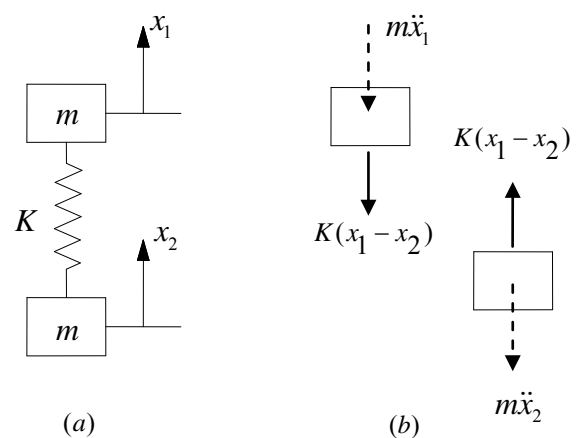
### 1. Pendahuluan

Hampir semua struktur mengalami getaran. Mesin, kendaraan serta bangunan yang menerima beban dinamik akan mengalami getaran. Struktur yang bergetar secara berulang-ulang dapat menyebabkan kerusakan dan kegagalan pada struktur tersebut. Oleh karena itu getaran pada struktur harus diinvestigasi agar dapat dikendalikan sehingga tidak membahayakan struktur.

Salah satu teknik pengukuran getaran struktur adalah metode analisis modal. Dengan teknik tersebut parameter modal struktur dapat dianalisis dengan baik, sehingga tingkatan level getaran dapat diketahui. Disamping itu gaya eksitasi penyebab getaran juga bisa diinvestigasi sehingga dapat dikondisikan. Dengan demikian getaran struktur dapat monitor dan dijaga agar selalu berada pada level aman.

### 2. Analisis modal struktur bebas-bebas

Skematik Struktur bebas-bebas dua derajat kebebasan dapat diilustrasikan seperti **Gambar 1**.



**Gambar 1.** a. Skematik struktur bebas-bebas  
b. DBB struktur bebas-bebas

Dari keseimbangan statik pada **Gambar 1** diperoleh persamaan gerak dalam bentuk persamaan matrik

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = 0 \quad \dots (1)$$

Apabila persamaan 1 dijawab, maka diperoleh frekuensi pribadi yang pertama

$$\omega_1^2 = \sqrt{\frac{0}{m}} = 0 \quad \dots (2)$$

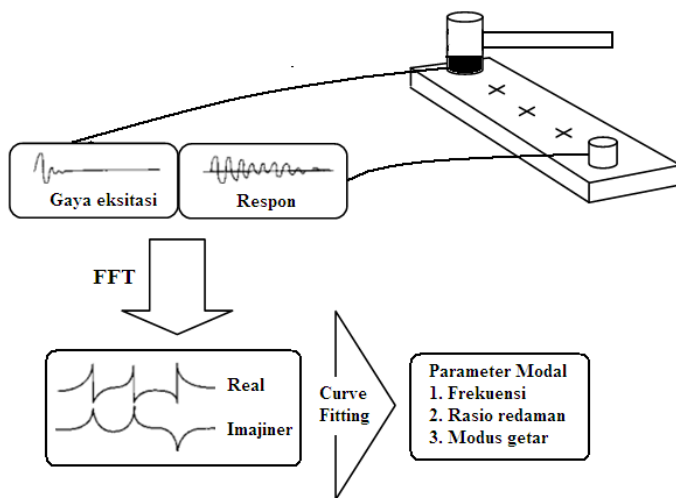
dan yang kedua

$$\omega_2^2 = \sqrt{\frac{2K}{m}} \quad \dots (3)$$

**Analisis Modal**

Analisis modal adalah suatu proses yang bertujuan untuk menentukan karakteristik dinamik atau parameter modal dari suatu struktur. Parameter modal yang diamati disini adalah Frekuensi pribadi ( $\omega$ ), modus getar ( $\phi$ ), dan rasio redam ( $\xi$ ).

Sedangkan untuk memperoleh parameter modal tersebut dapat dilakukan secara eksperimen yang prosedurnya diperlihatkan pada **Gambar 2**.



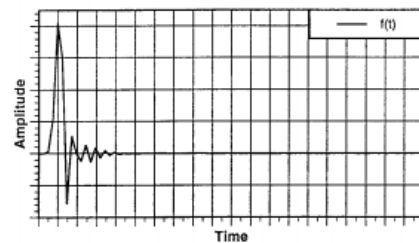
**Gambar 2.** Pengujian beban impact

Keutamaan metode ini adalah cukup sederhana dan mudah dalam mendapatkan parameter modal struktur (Schwarz, B. J, 1999). Skematik alat pada metode beban impact di atas terdiri dari

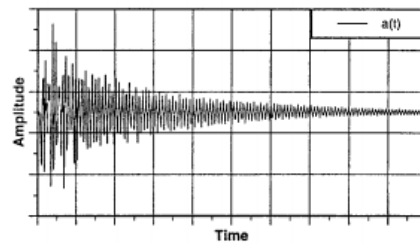
1. *Impact hammer* yaitu alat yang berfungsi

2. Akselerometer yaitu alat yang menerima respon dari struktur akibat pemberian gaya eksitasi
3. *FFT analyzer* yaitu alat yang berguna untuk komputasi FRF
4. *PC dan Software* modal testing yang berguna untuk mengidentifikasi parameter modal dan menampilkannya dalam bentuk grafik

Pada pengujian beban impact, sensor akselerometer diposisikan di titik-titik yang telah ditentukan pada struktur uji. Selanjutnya gaya eksitasi diberikan dengan cara memukulkan *impact hammer* pada titik-titik tersebut. Akibat pemberian gaya eksitasi, timbul respon pada struktur uji yang diterima oleh akselerometer. Gaya eksitasi dan respon pengukuran secara grafik terlihat pada **Gambar 3**.



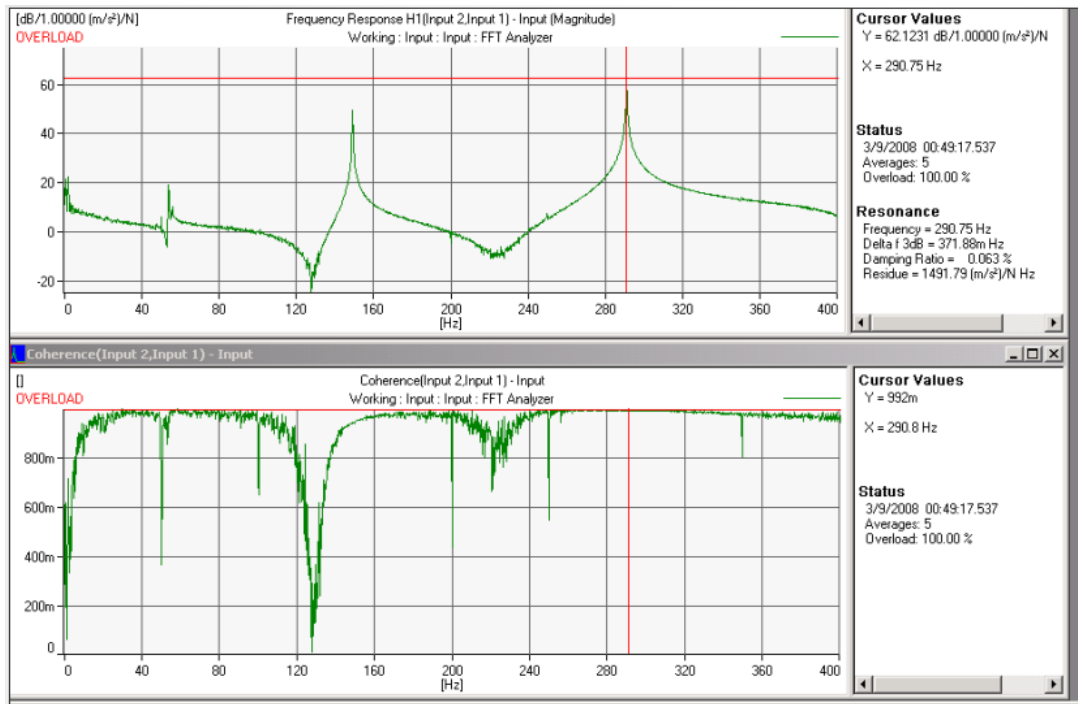
(a)



(b)

**Gambar 3.** a. Grafik gaya eksitasi  
b. Grafik respon  
(sumber :Schwarz, B. J, 1999)

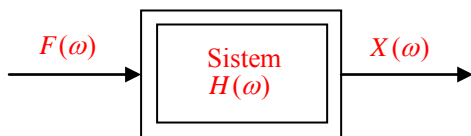
Gaya eksitasi dan respon terukur dikirim ke *FFT analyzer*. Input dalam fungsi waktu (*time domain*) selanjutnya diubah menjadi fungsi frekuensi (*frequency domain*). Sehingga diperoleh fungsi respon frekuensi (FRF) terukur seperti terlihat pada **Gambar 4**.



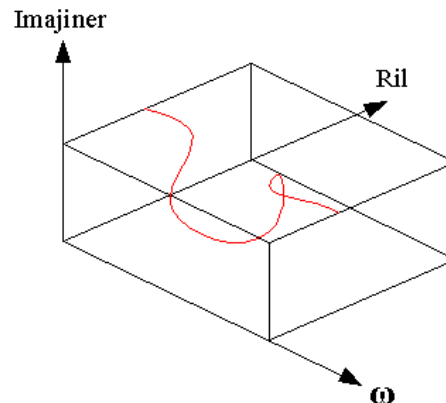
**Gambar 4.** Grafik FRF (atas), grafik koherensi (bawah)

FRF adalah fungsi yang menghubungkan antara respon dinamik dengan beban dinamik seperti yang terlihat pada **Gambar 5**. (Bruel & Kjaer, 2009). Grafik FRF kemudian diolah untuk mendapatkan nilai parameter modal struktur.

Dimana  $K\omega^2m$  adalah bagian ril dan  $ic\omega$  bagian imajiner. Apabila diplot kedalam grafik tiga dimensi, maka FRF akan terlihat seperti **Gambar 6** (He, J.;Fu,Z. -F, 2001).



**Gambar 5.** Blok diagram FRF



**Gambar 6.** Grafik FRF tiga dimensi

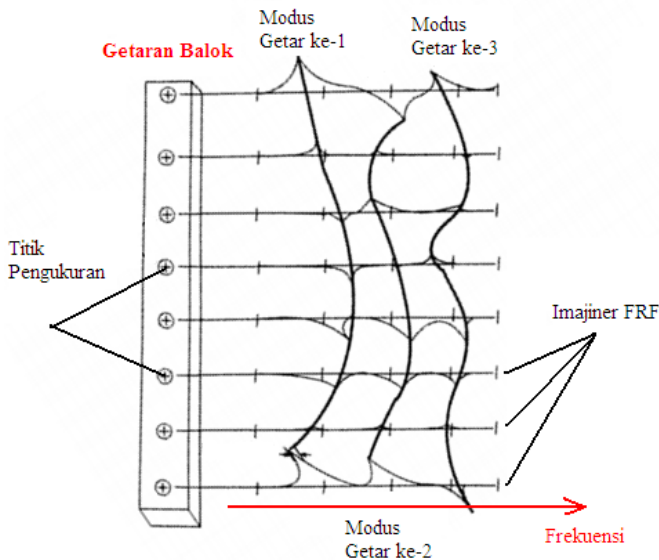
Dari diagram blok FRF dapat diuraikan bahwa

$$F(\omega) \times [H(\omega)] = X(\omega)$$

Sehingga FRF

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{K\omega^2m + ic\omega} \quad \dots (4)$$

Dari grafik FRF hasil pengukuran seperti terlihat pada **Gambar 4**. diperoleh frekuensi struktur uji. Apabila bagian imajiner FRF pada satu titik dihubungkan dengan titik pengukuran lainnya maka didapatkan modulus getar seperti terlihat pada **Gambar 7**. Bagian imajiner FRF yang dihubungkan tersebut harus berada pada modulus frekuensi yang sama.

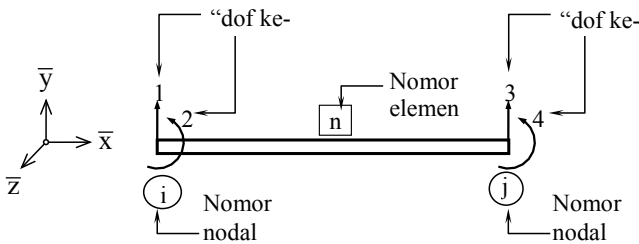


Gambar 7. Modus getar hasil pengujian beban impact

. Apa bila gaya eksitasi yang diberikan pada balok logam tepat pada titik yang sama secara berulang-ulang, maka grafik koherensi yang diperoleh bernilai mendekati 1

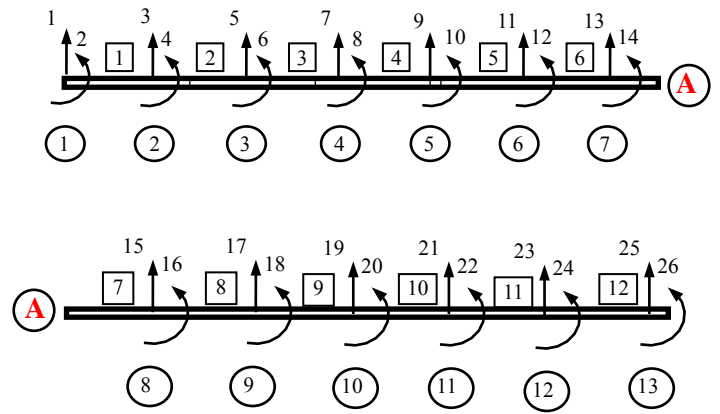
**Penomoran Elemen, Nodal**

Pola penomoran elemen dan nodal disusun untuk mempermudah pengujian dan analisa numerik. Pemodelan ini juga disesuaikan dengan kondisi struktur uji saat menurunkan persamaan matriks kekakuan dan matriks massa. Secara umum format penomorannya dapat dilihat pada Gambar 8.



Gambar 8. Pola penomoran elemen dan nodal balok. (sumber : Saputra E, 2006)

Angka 1 dan 2 pada nodal i serta angka 3 dan 4 pada nodal j menyatakan arah pergerakan setiap nodal-nodal tersebut (Saputra E, 2006). Dalam hal ini disebut sebagai “dof ke-“. Untuk lebih jelas tentang pola penomoran elemen dan nodal untuk balok uji dapat dilihat pada contoh kasus Gambar 9.



Gambar 9. Contoh penomoran elemen dan nodal. (Jumlah elemen 12, jumlah DOF 26)

**Matrik massa dan Matrik Kekakuan**

Matrik kekakuan dan matrik massa digunakan untuk perhitungan eigen value yang kemudian dipakai untuk menentukan frekuensi pribadi struktur.

Dengan menggunakan konsep Metode elemen hingga, dikembangkan suatu cara dalam menyusun matrik kekakuan dan matrik massa untuk struktur dengan cara yang lebih sederhana (Hanafi, 1999). Metode ini menyederhanakan langkah-langkah dalam membangun matrik kekakuan dan matrik massa ke dalam bentuk matrik.

Adapun cara membangun matrik kekakuan dan matrik massa struktur dimulai dari penyusunan matrik kekakuan dan matrik massa di lokal koordinat. Untuk matrik kekakuan dapat diperlihatkan sebagai berikut.

$$[K] = \frac{2EI}{L^3} \begin{bmatrix} 6 & 3L & -6 & 3L \\ 3L & 2L^2 & -3L & L^2 \\ -6 & -3L & 6 & -3L \\ -3L & L^2 & -3L & 2L^2 \end{bmatrix} \dots (5)$$

Sedangkan matrik massa nya adalah

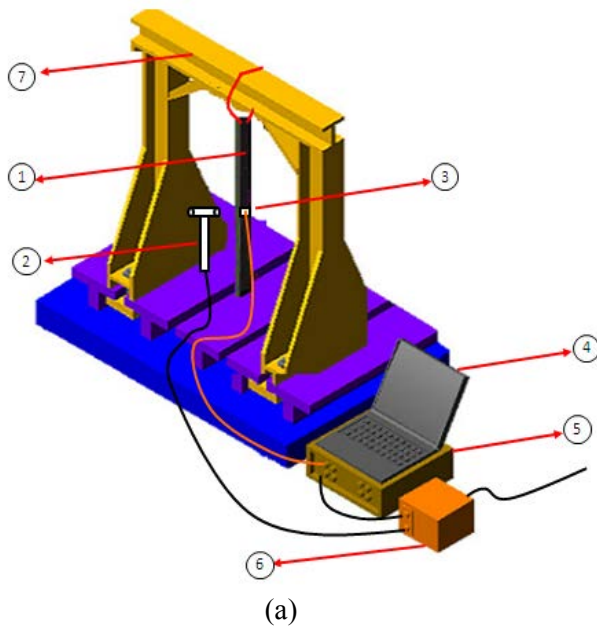
$$[M] = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 15L & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ 13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \dots(6)$$

**3. Metodologi Eksperimen & Fasilitas yang Digunakan**

Pada penelitian ini, struktur bebas-bebas dimodelkan dengan cara menggantungkan salah satu ujung balok baja pada struktur kaku dengan tali seperti yang terlihat pada Gambar 10.

Balok baja yang digunakan mempunyai penampang seragam dengan dimensi (900 x 40 x 8 mm), dimana modulus elastisitas nya ( $E$ ) sebesar  $210 \times 10^9$  GPa dan massa jenis nya ( $\rho$ ) sebesar  $7800 \text{ kg/m}^3$ . Pembagian elemen digunakan sebagai titik acuan untuk memposisikan sensor akselerometer dan pemberian gaya eksitasi. Spesifikasi alat ukur yang dipakai dalam pengujian adalah

1. Akselerometer Bruel & Kjeaar tipe 4507 (satu axial) .
2. *Force Amplifier* (Impact Hammer) Bruel & Kjeaar tipe 8203
3. *FFT analyzer* DSA Bruel & Kjeaar tipe 2827
4. *Laptop*
5. *Condition Amplifier* Nexus Bruel & Kjeaar



(b)

**Gambar 10.** a. Skematik alat pengujian  
b. Foto skematik alat uji

#### Keterangan Gambar (a)

1. Balok baja (struktur uji)
2. *Force Amplifier* (Impact Hammer) Bruel & Kjeaar tipe 8203
3. Akselerometer Bruel & Kjeaar tipe 4507
4. Laptop Compaq tipe evo N110, Pentium 3
5. *FFT analyzer* DSA Bruel & Kjeaar tipe 2827
6. *Condition Amplifier* Nexus Bruel & Kjeaar
7. Struktur kaku

#### Prosedur Pengujian

Pengukuran dilakukan dalam rentang 0 - 400 Hz. Hal ini bertujuan agar hasil penelitian mampu menampilkan lima modus getar terendah. Untuk satu titik pengukuran gaya eksitasi diberikan secara berulang sebanyak 10 kali. Hal ini bertujuan meminimalkan kesalahan dalam pengambilan data. Prosedur pengujian beban impak adalah sebagai berikut:

1. Struktur uji digantung pada balok, selanjutnya diposisikan akselerometer pada titik yang telah ditentukan.
2. Gaya eksitasi diberikan dengan cara memukul balok baja dengan *impact hammer* pada titik yang telah ditentukan.
3. Gaya eksitasi dan respon pengukuran dalam fungsi waktu (*time domain*) selanjutnya dikirim ke *FFT analyzer* (DSA). Kedua input tersebut berikutnya diubah ke dalam fungsi frekuensi (*frequency domain*) sehingga terbentuk Fungsi respon frekuensi (FRF).
4. Data hasil pencuplikan berekstensi \*.txt disimpan dalam file laptop. Selanjutnya data ini dapat ditampilkan secara grafis dengan pengolahan menggunakan MATLAB v6.1
5. Pengujian dilakukan beberapa kali dengan memvariasikan posisi akselerometer dan posisi gaya eksitasi.
6. Membandingkan data-data yang diperoleh dari percobaan dengan data-data yang diperoleh dari perhitungan analitik

#### 4. Hasil Dan Pembahasan

Frekuensi pribadi hasil simulasi secara numerik dan hasil pengujian untuk lima modus getar terendah dapat dilihat pada **Tabel 1**.

**Tabel 1.** Frekuensi pribadi untuk lima modus getar terendah

Modus ke-	Frekuensi Pribadi hasil perhitungan numerik (Hz)							Hasil eksperimen (Hz)	Penyimpangan*	
	JE* = 2	6	12	20	25	30	60		(Hz)	(%)
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4.00	4.00	0.00
3	52.80	52.69	52.68	52.68	52.68	52.68	52.68	53.75	1.07	2.00
4	165.23	145.45	145.23	145.21	145.21	145.21	145.21	147.75	2.54	1.70
5	413.17	286.30	284.80	284.68	284.67	284.67	284.67	299.75	15.08	5.29

\* : Jumlah elemen

\*\* : Acuan hasil eksperimen

Dari **Tabel 1** diketahui bahwa pembagian jumlah elemen balok baja yang berbeda akan menghasilkan frekuensi pribadi yang berbeda pula. Perbedaan yang diperoleh masih relatif kecil, terutama pada jumlah elemen lebih dari 20.

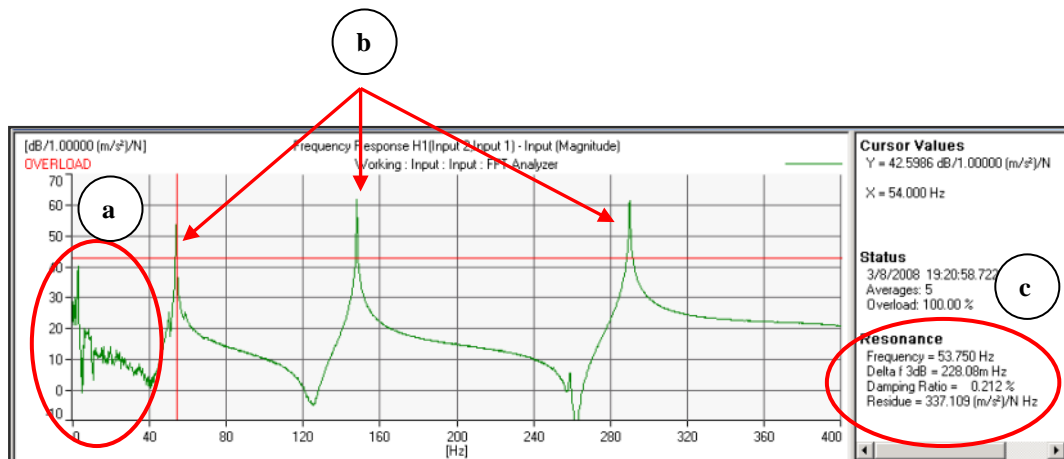
Frekuensi pribadi modus getar pertama hasil simulasi bernilai nol, hasil ini sesuai dengan teori persamaan 6. Hal ini karena pada kondisi bebas-bebas struktur kaku tidak bergetar pada modus 1 dan 2 karena tidak ada tumpuan yang menahan, sehingga struktur akan mengambang (*floating*) dan bergerak ke atas atau ke samping akibat gaya eksitasi.

Dari pengujian beban impact, diperoleh hasil berupa grafik FRF dan grafik koherensi. Pada grafik FRF, nilai frekuensi dan rasio redaman bisa diperoleh secara langsung seperti yang terlihat pada **Gambar 11**.

Frekuensi pribadi hasil pengujian untuk modus 1 sama dengan nol. Hal ini karena pada pemodelan kondisi bebas-bebas, balok baja yang digantung dengan tali tidak bergetar pada modus pertamanya.

Frekuensi pribadi modus ke 2 hasil pengujian adalah 4 Hz. Nilai ini sebenarnya bukan lah frekuensi struktur uji, tapi merupakan frekuensi ayunan tempat struktur uji digantung.

Sedangkan frekuensi hasil pengujian untuk modus yang ke- 3, 4 dan 5 secara berturut-turut adalah 53,70 Hz, 147,75 Hz, dan 289,75 Hz. Disamping itu nilai rasio redaman struktur hasil pengujian untuk modus yang ke- 3, 4 dan 5 secara berturut-turut adalah 0,212%, 0,075% dan 0,082%.



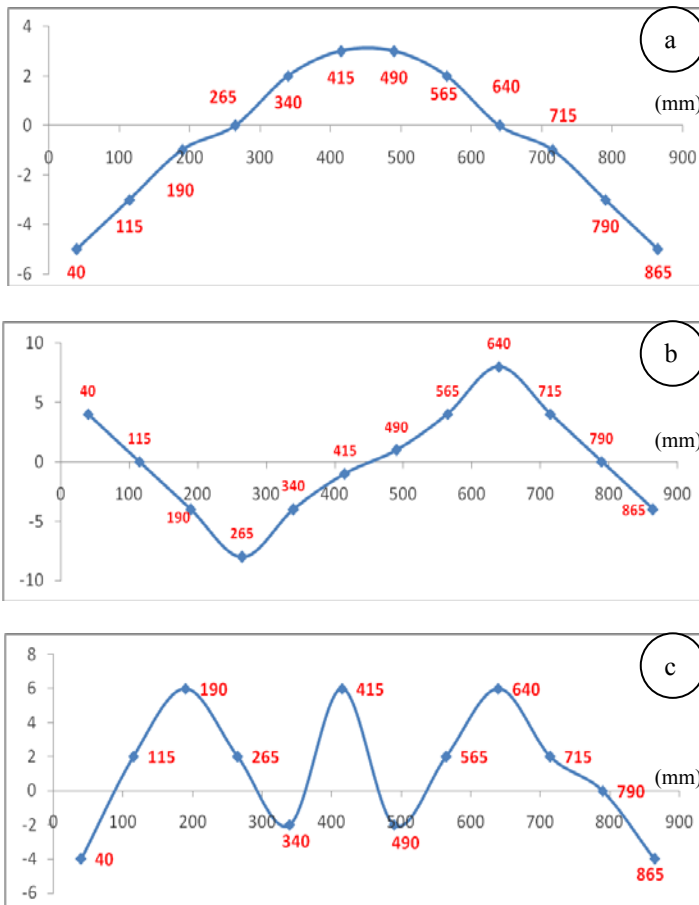
**Gambar 11.** Grafik FRF

- a. Frekuensi pribadi pengujian untuk modus 1 dan 2
- b. Puncak FRF yang menunjukkan frekuensi pribadi modus ke 3, 4 dan 5
- c. Nilai Frekuensi dan rasio redaman

Perbandingan frekuensi pribadi hasil simulasi numerik dengan jumlah elemen 12 dengan frekuensi pribadi hasil pengujian memperlihatkan adanya perbedaan nilai untuk modus ke 3, 4 dan 5. Nilai penyimpangan tersebut secara berturut-turut adalah 1.0724 Hz ( 2 %), 2.5415 Hz (1.7 %) dan 15.080 Hz (5,29 %). Nilai perbedaan terbesar terdapat pada modus getar yang paling tinggi.

Selain grafik FRF dan grafik Kohorensi, pada pengujian juga diperoleh nilai gaya eksitasi dan respon pengukuran dalam bentuk file \*.txt. Kedua nilai tersebut kemudian diolah dengan menggunakan program Matlab untuk mendapatkan grafik dan nilai real serta imajiner FRF

Dengan menghubungkan semua nilai imajiner FRF pada modus yang sama untuk titik pengukuran yang berbeda, maka diperoleh modus getar untuk masing-masing modus. Pada pengujian ini diperoleh bentuk tiga modus getar struktur seperti terlihat pada **Gambar 12**.



**Gambar 12.** a. Modus getar pertama.  
b. Modus getar ke dua  
c. Modus getar ke tiga

## 5. Kesimpulan

Dari rangkaian pengujian yang telah dilakukan didapatkan tiga modus getar pertama dan frekuensi pribadi yang sesuai yaitu 53,70 Hz, 147,75 Hz, 289,75 Hz, serta rasio redamannya senilai 0,212%, 0,075% dan 0,082%.. Hasil validasi frekuensi simulasi dengan hasil pengujian, didapatkan perbedaan frekuensi tertinggi sebesar 5,29% untuk modus ke lima.

## Ucapan Terima kasih

Pada kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih kepada seluruh dosen dan asisten Laboratorium Dinamika Struktur (LDS) Teknik Mesin Universitas Andalas atas semua kesempatan dan bantuan yang penulis terima selama melakukan penelitian ini.

## Referensi

- Schwarz, B. J. & Richardson, M. H, 1999, *Experimental Modal Analysis*, Vibrant Technology, Inc. Jamestown, California.
- Bruel & Kjaer, 2009, *Structural Testing Part 2. Modal analysis and Simulation*, DK 2850 Naerum Denmark.
- He, J. & Fu, Z.-F., 2001, *Modal analysis*, Butterworth-Heinemann. Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP.
- Saputra, E., 2006, *Simulasi Numerik Perekonstruksian Gaya Gangguan Pada Balok*, Tugas Akhir, Jurusan Teknik Mesin Universitas Andalas, Padang.
- Hanafi, 1999, *Penggabungan Paket Program Dinamika Struktur*, Tugas Akhir, Jurusan Teknik Mesin Universitas Andalas, Padang.
- Mathwork, MATLAB, 2012, Mathematic R2012, The Mathwork Inc, Natick, MA, Diunduh dari [http://www.mathworks.com/help/pdf\\_doc/MATLABv6.1/math.pdf](http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/MATLABv6.1/math.pdf), pada hari Rabu, 2 Mai 2012, waktu 17:53:12