Penentuan Parameter Pengukuran Nilai RMS Getaran untuk Meningkatkan Ketelitian Pengukuran

Zainal Abidin, Andriansyah, Budi Heryadi

Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik Mesin dan Dirgantara, Institut Teknologi Bandung (ITB)
Jalan Ganesha 10, Bandung, 40132
zapauitb@gmail.com

Abstrak

Menurut Standar ISO 10816, tingkat kerusakan mesin sebanding dengan nilai RMS (*Root Mean Square*) sinyal getaran. Oleh karena itu, nilai RMS sinyal getaran perlu diukur secara teliti agar dapat diperoleh diagnosis kondisi mesin secara baik. Dalampraktik, hasil pengukuran nilai RMS sinyal getaran selalu mengalami penyimpangan dari nilai yang sebenarnya (*error*). Hal ini disebabkan karena waktu rekam tidak akan pernah sama dengan kelipatan periode sinyal getaran. Kesalahan semacam ini dapat dikurangi dengan menggunakan fungsi jendela (*window function*). Namun, dengan diterapkannya teknik ini kesalahan perhitungan nilai RMS sinyal masih dapat bernilai besar apabila parameter pengukuran tidak dipilih dengan benar. Bertolak dari permasalahan ini, dalam makalah ini dipaparkan kajian analitis mengenai kesalahan perhitungan nilai RMS sinyal diskrit yang terjadi akibat penggunaan fungsi jendela. Dari kajian ini dapat ditentukan parameter pengukuran getaran sehingga kesalahan nilai RMS yang terjadi bernilai kurang dari 1%. Sebagai validasi, sebuah simulasi numerik dilakukan untuk membuktikanbahwa teknik ini dapat digunakan untuk mereduksi kesalahan perhitungan nilai RMS sinyal hingga di bawah 1%.

Kata kunci: Standar, RMS sinyal getaran, fungsi jendela, kesalahan nilai RMS, 1%

Pendahuluan

Menurut Standar ISO 10816, tingkat kerusakan mesin sebanding dengan nilai RMS sinyal kecepatan getaran mesin. Untuk memperoleh diagnosis yang teliti, nilai RMS sinyal kecepatan getaran perlu diukur dengan teliti. Namun, nilai RMS sinyal hasil pengukuran selalu mengalami penyimpangan dari nilai yang seharusnya. Hal ini disebabkan karena waktu rekam tidak akan pernah sama dengan kelipatan dari periode sinyal getaran. Untuk mengatasi masalah ini, Sedlacek[1] dan Lapina[2] mengusulkan metode perhitungan nilai RMS sinyal dengan melibatkan fungsi jendela (*window function*). Sayangnya, metode tersebut hanya divalidasi dengan menggunakan beberapa contoh numerik tanpa disertai kajian analitis. Oleh karena itu, Andriansyah[3] kemudian melakukan analisis untuk menguji metode tersebut. Dalam analisis ini terungkap bahwa peningkatan akurasi pengukuran nilai RMS sinyal tak cukup hanya dengan menerapkan fungsi jendela, akan tetapi perlu dipilih pula waktu rekam yang benar agar kesalahan perhitungan nilai RMS sinyal kurang dari 1%.
Penelitian yang dilakukan oleh Andriansyah[3] hanya difokuskan pada nilai RMS sinyal kontinu. Padahal,dalampraktik sinyal kontinu selalu dicuplik menjadi sinyal diskrit agar nilai RMS sinyaldapat dievaluasi dengan menggunakan komputer digital. Bertolak dari permasalahan ini, pada makalah ini dipaparkan mengenai analisis kesalahan perhitungan nilai RMS sinyal diskrit yang melibatkan fungsi jendela. Tujuan dilakukannya analisis ini adalah untuk menentukan parameter pengukuran getaran yang benar, sehingga kesalahan perhitungan nilai RMS sinyal diskrit bernilai kurang dari 1%.

Metodologi

Analisis kesalahan perhitungan nilai RMS sinyal diskrit diawali dengan studi literatur. Studi literatur dilakukan untuk mengetahui teknik-teknik perhitungan nilai RMS sinyal yang sudah ada. Teknik-teknik ini kemudian dianalisis dengan cara menurunkan persamaan matematis kesalahan maksimum hasil perhitungan nilai RMS sinyal diskrit akibat penggunaan fungsi jendela kotak, *Hanning*, dan *Flattop*. Persamaan ini kemudian divalidasi dengan menggunakan simulasi numerik. Setelah divalidasi, persamaan ini akan digunakan untuk menentukan parameter pengukuran nilai RMS sinyal

getaran agar kesalahan nilai RMS yang terjadi bernilai kurang dari 1%.
Persamaan kesalahan maksimum nilai RMS sinyal dibuat dengan asumsi bahwa sinyal getaran hanyaberupa sinyal sinusoidal dengan frekuensi tunggal. Hal ini dilakukan karena setiap sinyal getaran merupakan kombinasi dari komponen sinusoidal dengan frekuensi yang berbeda-beda[4]. Dari sekian komponen tersebut, sinyal dengan frekuensi paling rendahlah yang akan digunakan untuk mewakili seluruh sinyal.

Hasil dan Pembahasan

Untuk mempermudah bahasan, fungsi jendelakotak, *Hanning*, dan *Flattop*didefinisikan dalam bentuk umum sebagai berikut

$$w(k) = \sum_{i=1}^{5} (-1)^{(i-1)} a_i \cos\left(\frac{2\pi k(i-1)}{N}\right), \qquad (1)$$

di mana
w = fungsi jendela,
k = bilangan bulat mulai dari 1 sd. N,
N = banyaknya sampel hasil pencuplikan sinyal getaran.
a_i = koefisien fungsi jendela ke-i, dan
Nilai koefisien-koefisien untuk fungsi jendela kotak, *Hanning*, dan *Flattop* diperlihatkan dalam Tabel 1. Jadi, faktor yang membedakan ketiga fungsi jendela ini adalah koefisien-koefisiennya. Oleh karena itu, penurunan persamaan matematis kesalahan maksimum perhitungan nilai RMS yang akan dipaparkan dalam makalah ini hanya diwakili oleh satu jenis fungsi jendela, yaitu fungsi jendela *Flattop*. Sementara itu, ketiga fungsi jendela akan dipaparkan secara ringkas pada bagian kesimpulan dari makalah ini.

Tabel 1. Koefisien-koefisien fungsi jendela kotak, *Hanning*, dan *Flattop*

i	a_i		
	kotak	*Hanning*	*Flattop*
1	1,000	1,000	1,000
2	0,000	1,000	1,933
3	0,000	0,000	1,286
4	0,000	0,000	0,388
5	0,000	0,000	0,032

Sebelum persamaan kesalahan nilai RMS diturunkan, mula-mula dimisalkan ada sinyal diskrit $y(k)$ dengan persamaan

$$y(k) = Y \sin\left(\frac{2\pi}{T} kT_c + \phi\right), \qquad (2.a)$$

atau

$$y(k) = Y \sin(2\pi kr + \phi), \qquad (2.b)$$

di mana Y adalah amplitudo sinyal, T_c adalah periode cuplik, T adalah periode sinyal, r adalah rasio T_c terhadap T, dan ϕ adalah fasa sinyal.Apabila sinyal diskrit ini direkam dalam durasi $T_r = rNT$ di mana N adalah banyaknya sampel hasil pencuplikan sinyal, maka akan timbul kesalahan nilai RMS sinyal $y(k)$ sebesar

$$\delta_{RMS}(N,r,\phi) = \frac{y_{RMS}(N,r,\phi) - y_{RMS}(T)}{y_{RMS}(T)}, \qquad (3)$$

di mana $\delta_{RMS}(N,r,\phi)$ adalah kesalahan nilai RMS sinyal $y(k)$, $y_{RMS}(N,r,\phi)$ adalah nilai RMS dari sinyal $y(k)$yang dihitung setelah fungsi jendela diterapkan, dan $y_{RMS}(T)$ adalah nilai RMS sinyal $y(k)$ yang benar. Dengan menggunakan definisi nilai RMS sinyal dengan fungsi jendela[3], Persamaan (3) dapat ditulis dalam bentuk

$$\delta_{RMS}(N,r,\phi) = \begin{cases} \sqrt{1 + \frac{L(EC_F + FD_F)}{B_{F0}}} - 1, r \neq \frac{k}{2N} \cup r \neq \left(\frac{1}{2} - \frac{k}{2N}\right), \\ \sqrt{1 + \frac{B_{Fk}}{2B_{F0}} \cos(2\phi)} - 1, r = \frac{k}{2N} \cup r = \left(\frac{1}{2} - \frac{k}{2N}\right), \end{cases} \qquad (4)$$

di mana L, E, C_F, F, D_F, B_{F0}, dan B_{Fk} adalah fungsi-fungsi dari N, r, dan ϕ sebagaimana dituliskan dalam Lampiran.

Persamaan (4)menyatakan bahwa kesalahan nilai RMS sinyal diskrit merupakan fungsi dari banyaknya sampel N, rasio r, dan sudut fasa ϕ. Dalam pengukuran getaran, hanya variabel N dan r saja yang dapat diatur, sedangkan variabel ϕ tidak dapat diatur karena tergantung kapan pengukuran mulai dilakukan. Oleh karena itu, kesalahan perhitungan nilai RMS sinyal akan diminimalisasi dengan cara menentukan nilai N dan r. Sementara itu, nilai ϕ yang terjadi dianggap memiliki nilai paling buruk, yaitu nilai ϕ yang membuat kesalahan nilai RMS sinyal bernilai maksimum. Atas dasar alasan inilah persamaan kesalahan maksimum nilai RMS sinyal diskrit akan diturunkan.

Persamaan kesalahan maksimum nilai RMS sinyal diskrit diperoleh dengan cara mencari nilai ϕyang menyebabkan Persamaan (4) bernilai maksimum, kemudian mensubstitusi balik nilai ϕ tersebut ke dalam harga mutlak Persamaan (4). Nilai ϕ dicari dengan menerapkan

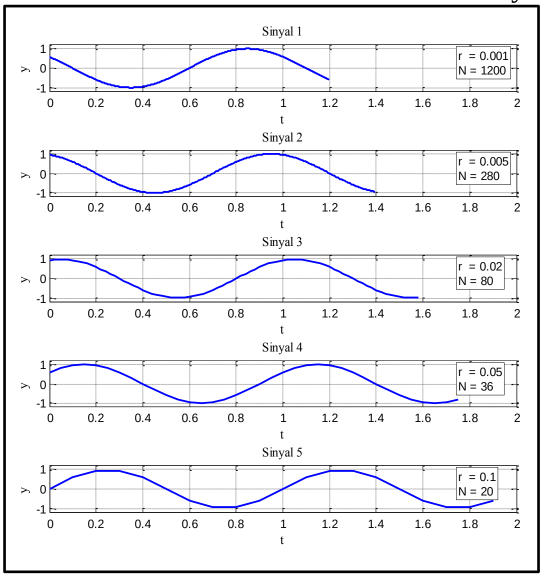
$$\frac{\partial}{\partial \phi} \delta_{RMS}(N,r,\phi) = 0. \qquad (5)$$

Sementara itu, persamaan kesalahan maksimum nilai RMS yang diperoleh adalah sebagai berikut

$$\delta_{RMS,max}(N,r) = \cdots \begin{cases} \left|\sqrt{1-\left|\dfrac{E_{f1}C_F + F_{f1}D_F}{B_{F0}}\right|} - 1\right|, & r \neq \dfrac{k}{2N} \cup r \neq \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{k}{2N}\right), \\ \left|\sqrt{1-\left|\dfrac{B_{Fk}}{2B_{F0}}\right|} - 1\right|, & r = \dfrac{k}{2N} \cup r = \left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{k}{2N}\right), \end{cases} \quad (6)$$

di mana E_{f1}, C_F, F_{f1}, D_F, B_{F0}, dan B_{Fk} adalah fungsi-fungsi dari N danrsebagaimana dituliskan dalam Lampiran.

Untuk keperluan validasi Persamaan (6) digunakan 5 buah sinyal simulasi sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 1. Pada gambar ini tampak bahwa kelima sinyal memiliki nilai r dan N yang divariasikan. Dalam simulasi yang dilakukan, nilai RMS sinyal dihitung dan kemudian dicari besar kesalahannya terhadap nilai RMS teoritik. Kesalahan nilai RMS hasil simulasi ini kemudian dibandingkan dengan kesalahan nilai RMS yang dihitung dengan menggunakan Persamaan (6). Perbandingan ini diperlihatkan pada Tabel 2. Pada tabel ini terlihat bahwa kesalahan relatif yang terjadi bernilai kurang dari 0,3%. Hal ini mengindikasikan bahwa tidak terdapat kesalahan dalam proses penurunan persamaan kesalahan maksimum nilai RMS sinyal.

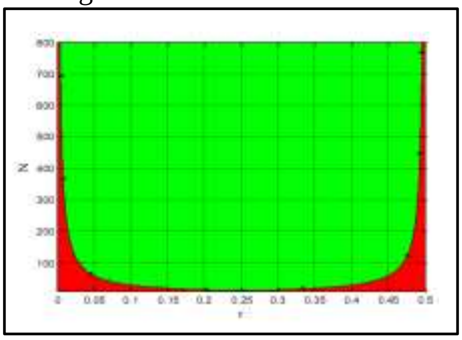


Gambar 1. Sinyal-sinyal untuk validasi persamaan kesalahan nilai RMS akibat penerapan fungsi jendela

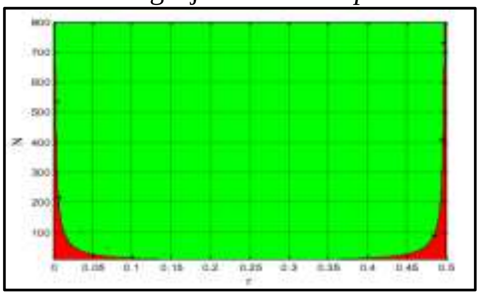
Tabel 2. Perbandingan kesalahan nilai RMS simulasi dengan persamaan analitik

Sinyal	δ_{RMS} [%]		Kesalahan relatif [%]
	Simulasi	Persamaan	
1	36,18	36,23	0,05
2	28,64	28,68	0,04
3	22,01	22,00	0,01
4	16,30	16,12	0,18
5	11,55	11,31	0,24

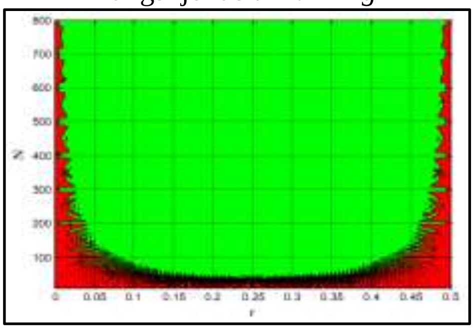
Agar menjadi lebih praktis, Persamaan (6) digambarkan dalam bentuk peta kontur sebagaimana diperlihatkan dalam Gambar 2. Pada gambar ini tampak bahwa peta kontur terdiri dari daerah dengan dua skala warna, yaituhijau dan merah. Daerah berwarna hijau merupakan daerah di mana kesalahan nilai RMS sinyal bernilai kurang dari 1%, sedangkan daerah berwarna merah merupakan daerah di mana kesalahan nilai RMS lebih besar daripada 1%. Sebagai perbandingan terhadap Gambar 2, pada Gambar 3 dan Gambar 4 diperlihatkan peta kontur kesalahan nilai RMS sinyal akibat penggunaan fungsi jendela *Hanning* dan kotak. Pada Gambar 3 dan Gambar 4 tampak bahwa dengan diterapkannya teknik perhitungan nilai RMS sinyal dengan melibatkan fungsi jendela Hanning dan kotak, nilai N dan r masih harus dipilih dengan benar agar kesalahan perhitungan nilai RMS sinyal diskrit bernilai kurang dari 1%.



Gambar 2. Peta kontur kesalahan nilai RMS dengan fungsi jendela *Flattop*



Gambar 3. Peta kontur kesalahan nilai RMS dengan fungsi jendela *Hanning*



Gambar 4. Peta kontur kesalahan nilai RMS dengan fungsi jendela kotak

Nomenklatur

a	: Konstanta fungsi jendela
r	: rasio periode cuplik thd. periode sinyal
w	: Fungsi jendela
y	: sinyal getaran (mm)
N	: Banyaknya sampel
T	: Periode (s)
Y	: amplitudo sinyal (mm)

Subscript

c	: cuplik
i	: urutan
k	: urutan
max	: maksimum

Greek letters

δ	: Kesalahan (%)
∂	: Turunan parsial
ϕ	: fasa sinyal (radian)

Kesimpulan

Berdasarkan persamaan kesalahan maksimum nilai RMS sinyal diskrit, dapat disimpulkan bahwa penerapan teknik penghitungan nilai RMS dengan fungsi jendela mampu meningkatkan akurasi pengukuran nilai RMS sinyal. Namun pada penggunaan teknik ini, banyaknya sampel dan waktu rekam harus ditentukan dengan benar agar kesalahan nilai RMS sinyal bernilai minimum. Kesalahan nilai RMS sinyal sinus dengan fungsi jendela kotak akan bernilai kurang dari 1% apabila terdapat paling sedikit 180 sampel untuk waktu rekam minimum selama 7,8 kali periode sinyal. Sementara itu, untuk sinyal sinus dengan fungsi jendela *Hanning* diperlukan paling sedikit 10 sampel dalam waktu rekam minimum selama 1,4 kali periode sinyal, sedangkan untuk sinyal sinus dengan fungsi jendela *Flattop* diperlukan paling sedikit 13 sampel dalam waktu rekam minimum selama 3,0 kali periode sinyal.

Referensi

Sedlacek, M. and Novotny, M., "*Measurement of RMS Values of Non-Coherently Sampled Signals*", Czech Technical University, Faculty of Electrical Engineering, Department of Measurement, Prague, 2004.

Lapina, "*Periodic Signal Parameters Estimation Using DSP Methods*", Master Thesis, Czech Technical University, Prague, 2011.

Andrianyah dan Abidin Z., "*Analisis Kesalahan Perhitungan Nilai RMS Sinyal Sinusoidal Kontinu tanpa dan dengan Fungsi Jendela*", Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin XI, Yogyakarta, 2012.

Thomson W.T. and Dahleh M.D., "*Theory of Vibration with Applications*", 5th Ed. Prentice Hall, 1997.

Lampiran

$$C_F = \frac{B_{F0}}{\sin(2\pi r)} + \sum_{k=1}^{8}(-1)^k\left(\frac{B_{Fk}\cos\left(\left(1+\frac{1}{N}\right)k\pi\right)}{\sin\left(\left(2r+\frac{k}{N}\right)\pi\right)} + \frac{B_{Fk}\cos\left(\left(1+\frac{1}{N}\right)k\pi\right)}{\sin\left(\left(2r-\frac{k}{N}\right)\pi\right)}\right)$$

$$D_F = \sum_{k=1}^{8}(-1)^k\left(-\frac{B_{Fk}\sin\left(\left(1+\frac{1}{N}\right)k\pi\right)}{\sin\left(\left(2r+\frac{k}{N}\right)\pi\right)} + \frac{B_{Fk}\sin\left(\left(1+\frac{1}{N}\right)k\pi\right)}{\sin\left(\left(2r-\frac{k}{N}\right)\pi\right)}\right)$$

$$B_{F0} = -\frac{a_0^2}{2} - \sum_{k=1}^{8}\frac{a_k^2}{4}$$

$$B_{F1} = \frac{a_0a_1}{2} + \frac{a_1a_2}{2} + \frac{a_2a_3}{4} + \frac{a_3a_4}{4} = 1{,}7158$$

$$B_{F2} = -\frac{a_1^2}{8} - \frac{a_0a_2}{2} - \frac{a_1a_3}{4} - \frac{a_2a_4}{4} = -1{,}3079$$

$$B_{F3} = \frac{a_0a_3}{2} + \frac{a_1a_2}{4} + \frac{a_2a_4}{4} = 0{,}8257$$

$$B_{F4} = -\frac{a_2^2}{8} - \frac{a_0a_4}{4} - \frac{a_1a_3}{4} = -0{,}4022$$

$$B_{F5} = \frac{a_1a_4}{4} + \frac{a_2a_3}{4} = 0{,}1402$$

$$B_{F6} = -\frac{a_3^2}{8} - \frac{a_2a_4}{4} = -0{,}0291$$

$$B_{F7} = \frac{a_3a_4}{4} = 0{,}0031$$

$$B_{F8} = -\frac{a_4^2}{8} = -0{,}0001$$

$$E = \cos(2\pi r(N+1) + 2\phi)$$

$$E_{f1} = \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{D_F}{C_F}\right)\right)$$

$$F = \sin(2\pi r(N+1) + 2\phi)$$

$$F_{f1} = \sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{D_F}{C_F}\right)\right)$$

$$L = \frac{\sin(2\pi N)}{N}$$

ISBN 978 979 8510 61 8