

## Perancangan Dasar Runner Turbin Francis Menggunakan Persamaan Empirik-Analitik, Metode Numerik, Conformal Mapping dan Simulasi CFD

Gusriwandi<sup>1, a\*</sup>

<sup>1</sup>Kampus Unand Limau Manis, Padang, Sumatera Barat, Indonesia 25163

<sup>a</sup>gusriwandi@ft.unand.ac.id

### Abstrak

Pembangkit listrik skala mikro dan mini hidro adalah solusi alternatif untuk memenuhi kebutuhan listrik yang semakin sulit terpenuhi di beberapa daerah di Indonesia. Karakteristik sumber air yang beragam memerlukan jenis turbin khusus yang kadang tidak tersedia di pasaran. Turbin Francis adalah salah satu jenis turbin air yang memiliki efisiensi tinggi yang dapat digunakan untuk kebutuhan tersebut. Tidak banyak referensi tentang cara mendapatkan geometri runner. Referensi lama dari Nechleba cukup sulit karena menggunakan metode analitis-grafis, melibatkan proses trial and error, membutuhkan pengalaman perancang sehingga menyita waktu. Kajian ini menyajikan perancangan runner turbin Francis menggunakan pendekatan empirik-analitik, metode numerik, conformal mapping praktis dan CFD. Dimensi utama runner didapatkan dengan persamaan empirik Bovet. Streamline-streamline didapatkan dengan menyelesaikan persamaan differensial Poisson dengan metode beda hingga dan dibuatkan kode pemrogramannya. Proses transformasi streamline menggunakan teknik conformal mapping akan menghasilkan koordinat tiga dimensi runner dan dengan software CAD diperoleh gambar 3D runner, kemudian simulasi CFD dilakukan untuk mendapatkan efisiensi dan karakteristik aliran pada runner. Hasil yang diperoleh dengan pendekatan tersebut adalah streamline runner yang bagus dan efisiensi dasar runner yang cukup tinggi, menghemat waktu dan bermanfaat sebagai acuan dasar untuk proses modifikasi dan mencari variasi bentuk runner untuk mendapatkan runner optimal sesuai kebutuhan.

**Kata kunci :** Turbin Francis, runner, streamline, metode numerik, conformal mapping, CFD

### Latar belakang

Saat sekarang kebutuhan listrik masyarakat tidak seimbang dengan pasokan yang ada. Indonesia memiliki banyak sungai yang dapat dijadikan proyek mikro dan mini atau small hidro sebagai solusi alternatif pemenuhan kebutuhan listrik masyarakat. Proyek mikro dan mini atau small hidro dapat menggunakan turbin Francis yang efisiensinya relatif tinggi, umumnya adalah produk impor. Banyak faktor yang menyebabkan dipilihnya produk impor, salah satunya adalah tidak adanya referensi praktis bagi produsen lokal dalam merancang runner sebagai komponen utama turbin. Tidak banyak referensi dalam merancang runner turbin Francis, referensi lama karangan Nechleba [1] menjelaskan dasar-dasar perancangan runner, cara mendapatkan dimensi utama, streamline secara grafis dengan proses trial and error, kemudian mentransfer streamline ke bentuk 3 dimensi runner. Prosedur tersebut relatif rumit dan membutuhkan pengalaman serta “*sense of art*” dari perancang sehingga menyita waktu. Terdapat metode lain yang relatif lebih mudah,

yaitu menggunakan persamaan empirik Bovet [2], metode numerik, conformal mapping, kemudian simulasi CFD untuk melihat karakteristik dasar runner. Tulisan ini bertujuan untuk menyajikan prosedur perancangan dasar runner turbin Francis dengan metode alternatif yang relatif mudah dan menguji secara numerik menggunakan software CFD karakteristik runner turbin Francis hasil rancangan. Beberapa manfaat yang akan diperoleh dari kajian ini adalah dengan dikuasainya perancangan dasar 3D runner turbin Francis, adanya kemampuan daya komputasi yang baik dengan software CFD, memungkinkan mencari variasi bentuk runner turbin yang optimal sesuai kebutuhan dan kondisi sumber air yang ada. Membuka peluang kemampuan memproduksi runner turbin Francis untuk kebutuhan mikro dan mini atau small hidro oleh para produsen lokal.

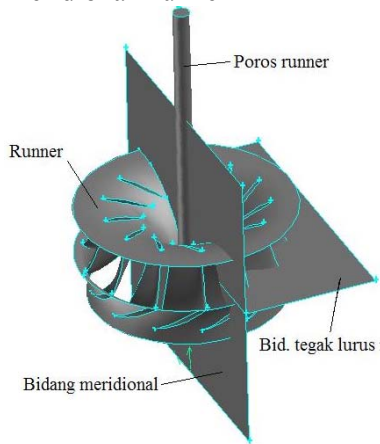
### Metode

Ada 2 langkah utama perancangan runner turbin Francis:

1. Penggambaran medan aliran 2 dimensi (bidang meridional) runner
2. Transformasi medan aliran bidang meridional ke bidang tegak lurus

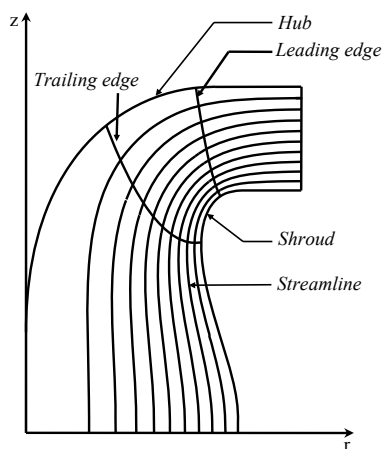
Dari 2 langkah tersebut akan didapatkan dimensi utama runner dan kordinat 3 dimensi sudu runner. Dengan software CAD seperti AutoCAD atau Autodesk Inventor bisa digambarkan bentuk 3 dimensi runner, kemudian dapat dilakukan simulasi menggunakan software CFD, dengan menambahkan komponen lain seperti rumah keong, sudu pengarah dan draft tube. Dalam tulisan ini hanya disajikan tentang prosedur mendapatkan bentuk 3 dimensi runner.

### 1. Penggambaran Medan Aliran Bidang Meridional Runner



Gb.1 Bidang meridional dan bidang tegak lurus runner

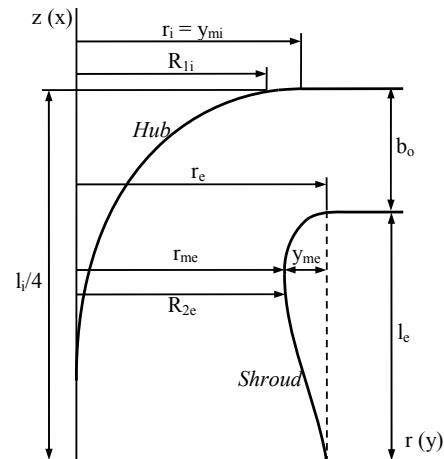
Bidang meridional runner terdiri atas kurva shroud dan hub, streamline-streamline, kurva leading dan trailing, seperti terlihat dalam gambar 2.



Gb. 2 Bidang meridional runner

Kurva shroud dan hub digambar menggunakan persamaan empirik Bovet :

$$\frac{z}{y_m} = 3,08 \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) \sqrt{\frac{x}{l_i} \left(1 - \frac{x}{l_i}\right)} \quad (1)$$

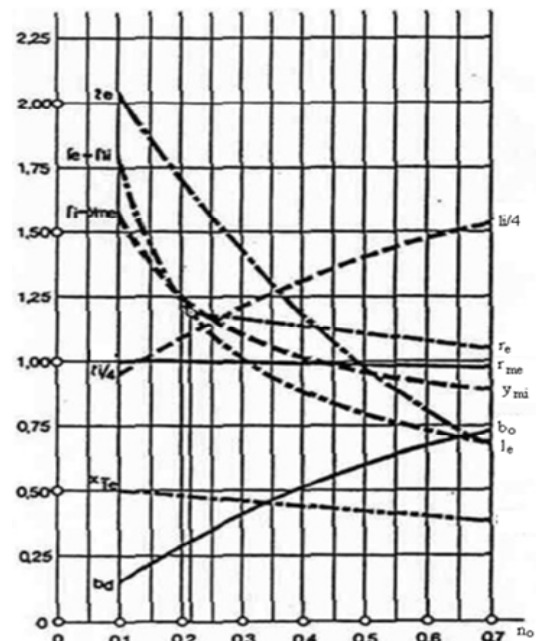


Gb 3. Hub dan shroud (ruang runner)

Dimana subscript i untuk hub dan e untuk shroud. r dalam hal ini sebagai variabel masukan, y sebagai nilai keluaran. Dalam penggambaran kurva, interval nilai  $x_i : 0 < x_i < l_i/4$ , interval nilai  $x_e : 0 < x_e < l_e$ . Parameter-parameter pada persamaan Bovet dibaca pada gambar 4 sebagai fungsi dari kecepatan spesifik tak berdimensi  $n_o$ , yang dirumuskan sebagai berikut :

$$n_o = \frac{2\pi n}{60(2gH)^{0,75}} \sqrt{\frac{Q}{\pi}} \quad (2)$$

Dimana n adalah putaran poros, g adalah percepatan gravitasi, H adalah tinggi jatuh air, Q adalah debit perancangan.



Gb. 4 Grafik parameter-parameter hub dan shroud sebagai fungsi  $n_o$  [1].

Semua nilai paramater adalah relatif terhadap nilai jari-jari  $R_{2e}$ , dimana  $R_{2e} = 1$ . Nilai sebenarnya dari  $R_{2e}$  dan  $R_{1i}$  didapat dengan menggunakan persamaan empirik :

$$R_{2e} = \left( \frac{Q}{\pi \varphi_{2e} \omega} \right)^{1/3} \quad (3)$$

$$R_{1i} = \left( \frac{2gH}{h_{1i}(\omega^2)} \right)^{0.5} \quad (4)$$

dengan  $\varphi_{2e}$ ,  $h_{1i}$  adalah nilai-nilai empirik,  $\varphi_{2e} : 0,24 - 0,28$  dan  $h_{1i} = 1,65 - 1,8$ .

• Pencarian streamline-streamline

Streamline-streamline bidang meridional diperoleh dengan menyelesaikan persamaan Poisson untuk aliran fluida dalam sistem kordinat silinder  $r, \theta, z$  atau disebut juga dengan *axis-symmetric flow* yaitu :

$$\nabla \times \vec{v} = 0$$

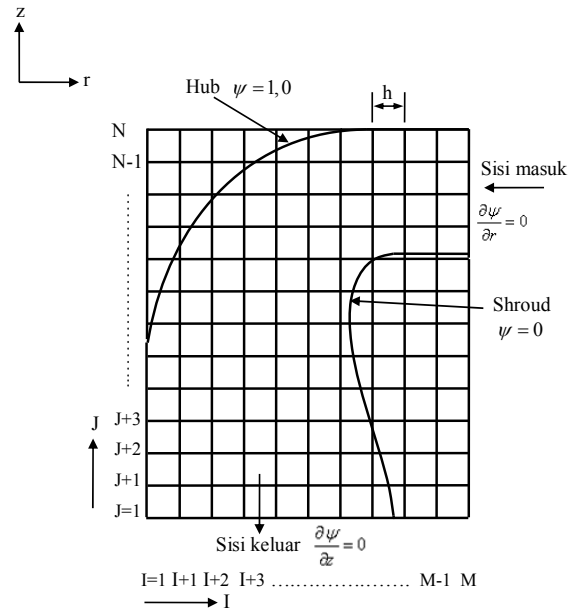
$$\nabla \times \vec{v} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) e_r + \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial z}{\partial r} \right) e_\theta + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r v_\theta \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) e_z \quad (5)$$

Dimana,  $v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}$ ;  $v_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$ ;  $v_\theta = 0$

Sehingga pers. (5) dapat disederhanakan menjadi :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \quad (6)$$

$\psi$  adalah streamline. Asumsi pada pers. (6) adalah untuk aliran fluida *incompressible*, tak berotasi, dan *non-viscous*. Pers. (6) dapat diubah menjadi persamaan aljabar dengan metode beda hingga. Ruang runner dibagi/didiskritisasi menjadi sejumlah bujursangkar seperti terlihat pada gambar 5.



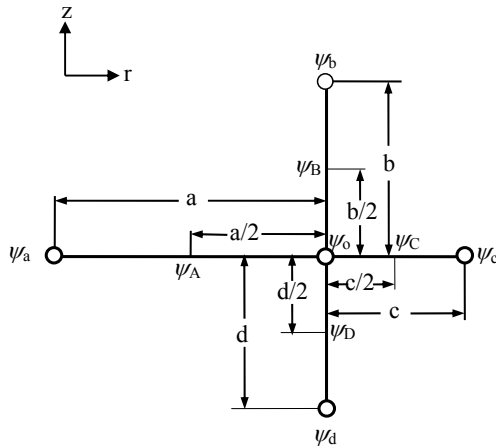
Gb. 5 Diskritisasi ruang runner

Streamline yang dicari adalah streamline di setiap titik/nodal diantara hub ( $\psi = 1$ ), shroud ( $\psi = 0$ ), sisi masuk ( $\frac{\partial \psi}{\partial r} = 0$ ), sisi keluar ( $\frac{\partial \psi}{\partial z} = 0$ ) atau disebut nodal dalam, dan streamline pada nodal sisi masuk dan keluar.

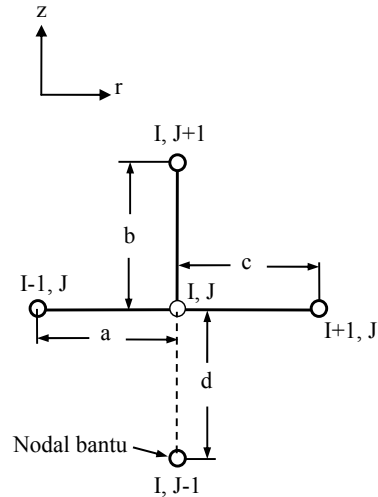
Metode beda hingga tengah diterapkan pada pers. (6) untuk nodal dalam dengan notasi seperti pada gambar 6. Pers. (6) menjadi :

$$\psi_o = \frac{\left( \frac{\psi_b}{b(b+d)} + \frac{\psi_d}{d(b+d)} + \frac{(2r-a)\psi_a}{2r_o \cdot a(a+c)} + \frac{(2r-c)\psi_c}{2r_o \cdot c(a+c)} \right)}{\left( \frac{1}{bd} + \frac{1}{ac} \right)} \quad (7)$$

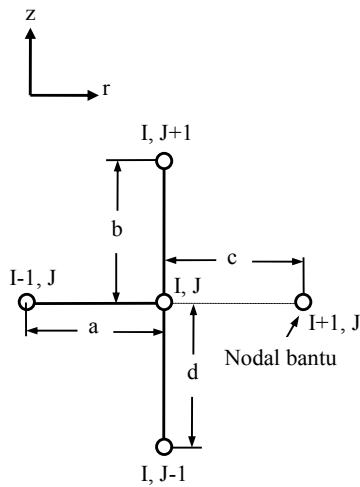
Subscript o pada pers. (7) berdasarkan gambar 4 diganti dengan I,J.



Gb. 6 Nodal dalam , streamline  $\psi_o$



Gb. 8 Nodal sisi keluar



Gb. 7 Nodal di sisi masuk

Untuk nodal-nodal di sisi masuk, pers. (6) menjadi :

$$\psi(i, j) = \frac{\frac{\psi(i, j+1)}{b(d+a)} - \frac{\psi(i, j-1)}{a(d+a)} + \frac{\psi(i-1, j)}{ac}}{\frac{1}{ac} + \frac{1}{bd}} \quad (6)$$

Untuk nodal-nodal bagian keluar, pers. (6) menjadi :

$$\psi(i, j) = \frac{\frac{\psi(i, j+1)}{bd} + \frac{(2r_{i,j} - a)\psi(i-1, j)}{2r_{i,j} \cdot a(a+c)} + \frac{(2r_{i,j} - c)\psi(i+1, j)}{2r_{i,j} \cdot c(a+c)}}{\frac{1}{ac} + \frac{1}{bd}} \quad (8)$$

Dengan pers. (6), (7), dan (8) dibuatkan kode pemrograman untuk mencari nilai streamline nodal dalam, bagian masuk dan keluar pada ruang runner dengan bahasa pemrograman fortran, dengan metode iterasi Liebmann. Setelah streamline setiap nodal didapatkan, dilakukan interpolasi linier untuk mencari nilai 9 nilai streamline yaitu 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,7 ; 0,8 ; 0,9 yang berada diantara hub (streamline 1) dan shroud (streamline 0). Langkah selanjutnya adalah mencari kurva leading dan trailing menggunakan persamaan parabola, dimana  $R_{1i}$  dan  $R_{2e}$  sebagai titik acuan. Kemudian, kecepatan meridional,  $c_m$  sisi masuk dan sisi keluar dapat dicari dengan menggunakan persamaan berikut :

$$c_m = \sqrt{v_r^2 + v_z^2} \quad (9)$$

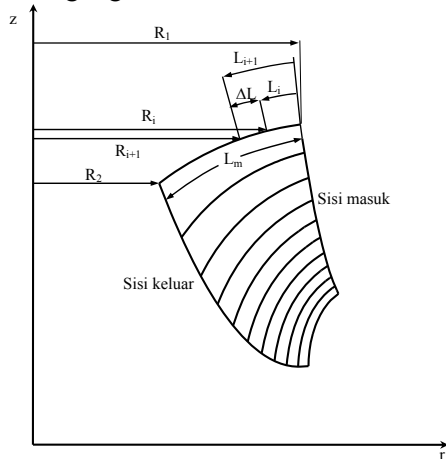
Persamaan Euler untuk turbin adalah :

$$g.H.\eta = U_1 C_{u1} - U_2 C_{u2} \quad (10)$$

$\eta$  adalah efisiensi perancangan,  $U$  kecepatan tangensial sudu,  $C_u$  komponen kecepatan absolut fluida arah tangensial, subscript 1 sisi masuk dan 2 sisi keluar. Efisiensi maksimum akan tercapai

jika  $U_2 C_{u2}$  bernilai nol, berdasarkan gambar segitiga kecepatan di sisi keluar maka sudut  $\alpha_2$  setiap streamline bernilai  $90^\circ$ , dengan demikian nilai  $U$ ,  $C_u$ ,  $C_m$  di sisi masuk diketahui, segitiga kecepatan dapat digambarkan dan sudut masuk  $\beta_1$  dan keluar  $\beta_2$  dapat diketahui untuk proses transformasi streamline ke bidang tegak lurus.

2. Transformasi medan aliran bidang meridional ke bidang tegak lurus

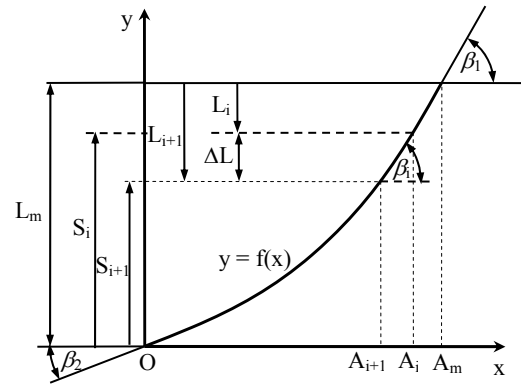


Gb. 9 Bidang meridional sudu

Gambar 9 adalah bidang meridional sudu yang di potong dari bidang meridional ruang runner. Dari bidang meridional sudu, didapatkan kordinat r dan z, untuk membangun bentuk 3 dimensi runner, diperlukan sudut  $\theta$  dalam sistem kordinat silinder atau nilai x, y dan z dalam sistem kordinat kartesian. Untuk itu diperlukan proses transformasi/pemetaan bidang meridional sudu ke bidang tegak lurus untuk mendapatkan sudut  $\theta$  setiap titik disepanjang setiap streamline, menggunakan metode conformal mapping. Kurva hasil transformasi setiap stremaline dibidang tegak lurus berbentuk kurva parabola, yaitu :

$$f(x) = ax^2 + bx + c \tag{11}$$

Untuk mendapatkan koefisien a, b, dan c pada pers. (10) diperlukan ilustrasi bidang bantu seperti terlihat pada gambar 10.



Gb. 10 Bidang bantu transformasi

L di sumbu y adalah panjang streamline bidang meridional. Sumbu x adalah A, mempunyai hubungan dengan R bidang meridional sudu sebagai berikut :

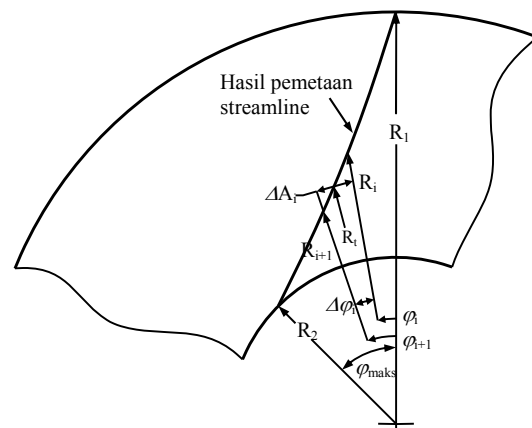
$$\Delta\varphi_i = \frac{\Delta A_i}{\Delta R_i} = \frac{A_i - A_{i+1}}{R_i + R_{i+1}} \tag{12}$$

$\varphi$  adalah sudut meridian, seperti terlihat pada gambar 11. Nilai-nilai  $S_i$  pada bidang bantu adalah fungsi dari  $A_i$ . Hubungan  $S_i$  ( $0 < S_i < L_m$ ) dengan  $A_i$  ( $0 < A_i < A_m$ ).  $f(x)$  pada pers. (10) adalah  $L_a$  dan x adalah  $A_i$ , dengan kondisi-kondisi batas sebagai berikut :

- $x = 0, f(x) = 0$
- $x = A_m, f(x) = L_m$
- turunan pertama  $f(x); f'(x) = 2ax + b = \beta_1$  di  $x = 0$
- turunan pertama  $f(x); f'(x) = 2ax + b = \beta_2$  di  $x = A_m$

menggunakan kondisi-kondisi batas tersebut fungsi  $f(x)$  pada pers. (10) didapatkan, yaitu :

$$f(x) = \left( \frac{\tan \beta_2 - \tan \beta_1}{2A_m} \right) x^2 + x \tan \beta_1 \tag{13}$$



Gb. 11 Pandangan bidang tegak lurus poros

dengan parameter-parameter pemetaan

Dengan demikian, titik-titik diantara  $R_1$  dan  $R_2$  setiap *streamline* pada bidang meridional dapat dipetakan ke bidang tegak lurus. Hasil pemetaan ini mungkin akan menghasilkan total sudut meridian lebih dari  $45^\circ$ , karena diinginkan sudut meridian total maksimum  $45^\circ$ , maka setiap sudut meridian  $\phi_i$  dinormalkan terhadap sudut meridian total, sehingga setiap titik berlaku :

$$\phi_i' = \frac{\phi_i}{45^\circ} \quad (14)$$

Dimana,  $\phi_i'$  = sudut meridian yang dinormalkan terhadap sudut meridian total maksimum. Bentuk sudu runner merupakan profil sebuah airfoil, dimana streamline hasil transformasi merupakan chamber airfoil. Untuk membentuk profil airfoil sudu, transformasi yang sama seperti streamline, dilakukan terhadap kurva punggung dan perut airfoil.

• *Contoh perancangan*

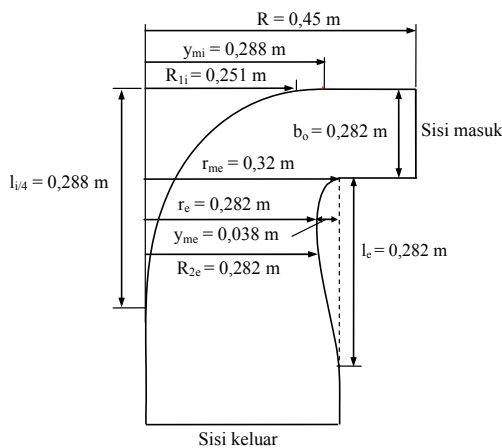
Data input perancangan :

$Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$

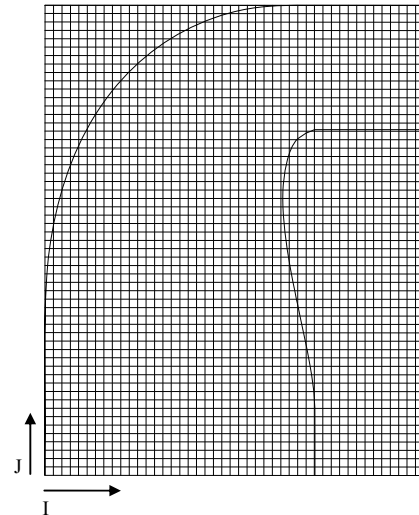
$H = 60 \text{ m}$

$n = 1000 \text{ rpm}$

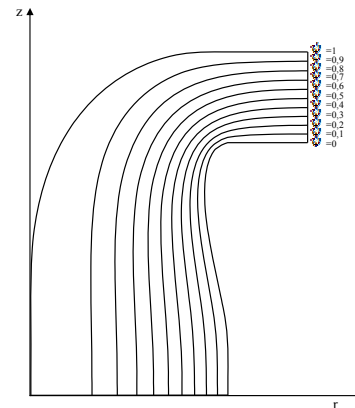
dengan pers. (2) didapatkan  $n_o = 0,416$ . Dari gambar 4 didapatkan parameter-parameter ruang runner sebagai fungsi  $n_o$ , seperti terlihat pada gambar 12.



Gb. 12 Ruang runner



Gb. 13 Diskritisasi ruang runner



Gb. 14 Streamline hasil program fortran

Tabel 1. Jari-jari, sudut masuk dan keluar streamline contoh perhitungan

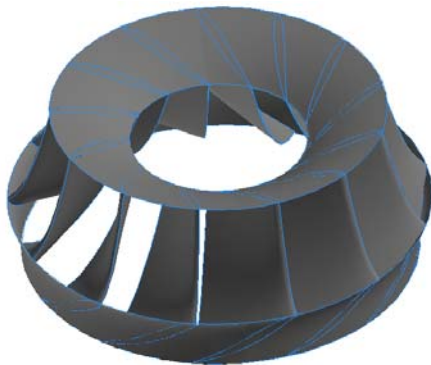
	$R_1$ (m)	$\phi_1$	$R_2$ (m)	$\phi_2$
Shroud ( $R_{1e}$ )	0.30	48.89	0.28	20.62
Streamline 0.1	0.29	46.63	0.27	21.78
Streamline 0.2	0.29	42.32	0.26	20.88
Streamline 0.3	0.28	40.74	0.25	21.60
Streamline 0.4	0.28	39.54	0.23	22.57
Streamline 0.5	0.27	39.03	0.22	21.95
Streamline 0.6	0.27	38.55	0.20	22.97
Streamline 0.7	0.26	39.40	0.19	22.02
Streamline 0.8	0.25	40.23	0.17	20.92
Streamline 0.9	0.25	43.34	0.15	19.49
Hub ( $R_{1i}$ )	0.24	48.78	0.13	18.04

Setelah proses conformal mapping, untuk streamline (chamber) , kurva perut (pressure) dan punggung (suction) profil airfoil sudu, didapatkan kordinat 3 dimensi sudu runner seperti terlihat pada tabel 2 (contoh kordinat hub).

Tabel 2. Kordinat 3 dimensi hub

Hub / potongan 1					
Suction			Pressure		
x	y	z	x	y	z
0.00	237.20	560.33	0.00	237.20	560.33
-0.18	238.17	560.51	2.04	238.16	560.51
0.27	237.39	560.36	3.42	237.36	560.36
1.51	234.91	559.87	5.81	234.84	559.87
2.93	231.95	559.26	7.98	231.83	559.26
4.42	228.82	558.57	10.05	228.64	558.57
7.62	221.92	556.93	13.84	221.62	556.93
10.93	214.71	555.03	17.36	214.28	555.03
17.57	200.07	550.59	23.93	199.41	550.59
24.16	185.52	545.44	29.99	184.67	545.44
30.61	171.35	539.75	35.71	170.36	539.75
36.96	157.46	533.60	41.06	156.44	533.60
43.20	144.16	527.27	46.27	143.21	527.27
49.40	131.40	520.94	51.40	130.63	520.94
55.65	119.20	514.90	56.62	118.75	514.90
62.07	107.51	509.42	62.07	107.51	509.42

Kordinat suction dan pressure dari hub sampai suction dengan mudah dapat digambar dengan software CAD ( Inventor) sehingga bentuk 3D runner dapat digambar, seperti terlihat pada gambar 15.

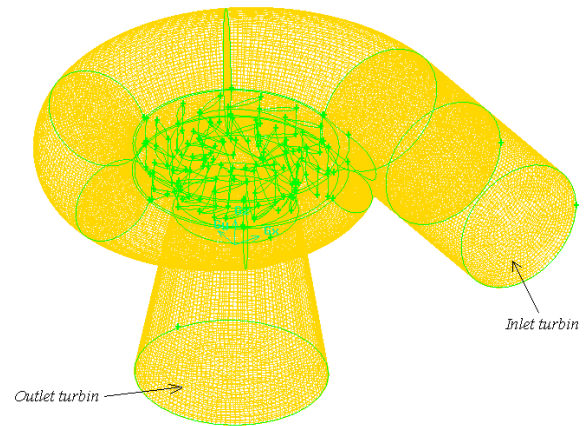


Gb 15. Runner contoh perhitungan

- *Simulasi CFD*

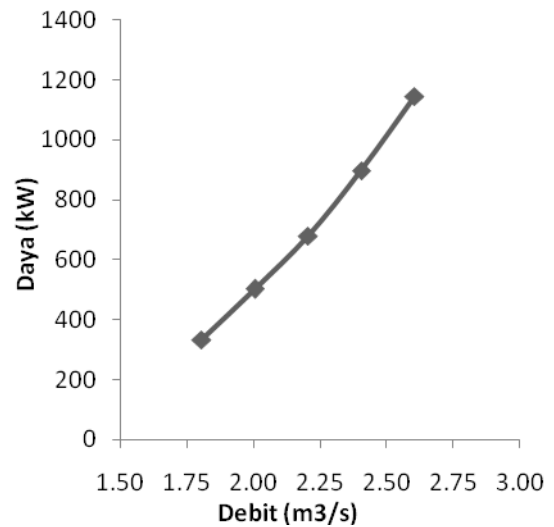
Untuk melihat karakteristik runner hasil rancangan diperlukan pengujian, disini pengujian dilakukan secara numerik menggunakan software CFD. Dengan menambahkan spiral casing, sudu pengarah dan draft tube, sebuah turbin francis dapat digambar dan dilakukan proses

diskritisasi/meshing, seperti terlihat pada gambar 16.

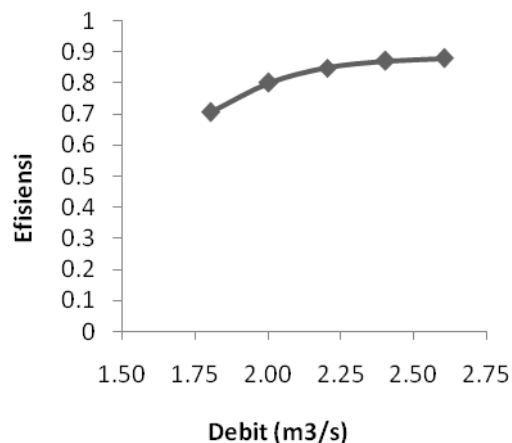


Gb. 16 Meshing turbin hasil rancangan

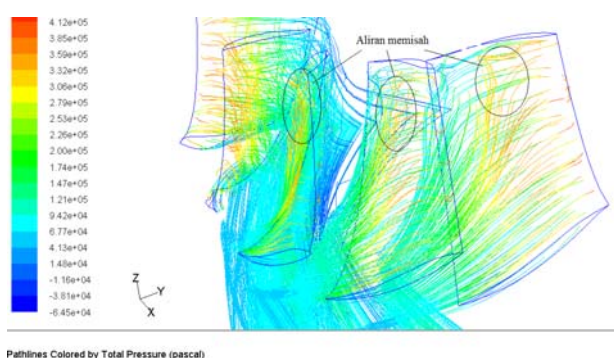
Simulasi dengan software CFD menggunakan model turbulensi k-ε, kondisi batas mass flow inlet dan pressure outlet, dengan bervariasi debit aliran. Hasil simulasi dapat dilihat pada gambar 17, 18 dan 19.



Gb. 17 Hubungan debit terhadap daya



Gb. 18 Hubungan debit terhadap efisiensi



Pathlines Colored by Total Pressure (pascal)

Gb. 19 Aliran memisah pada dinding atas sudu sisi *pressure*

## Pembahasan

Penentuan bentuk kurva hub dan shroud berdasarkan Nechleba [1] bergantung pada nilai kecepatan spesifik, semakin tinggi kecepatan spesifik, semakin curam bentuk kurva hub dan shroud, diperlukan keahlian dan pengalaman perancang dan membutuhkan proses trial-error untuk mendapatkan bentuk kurva hub dan shroud yang sesuai dengan bilangan spesifik perancangan. Sedangkan Bovet [2] memberikan kemudahan dalam penentuan bentuk kurva hub dan shroud karena digunakan persamaan empirik/pers. (1) sebagai fungsi bilangan spesifik yang dapat dibaca pada gambar 4. Dengan bantuan software komputer seperti MS Excel ataupun CAD dalam waktu singkat kedua kurva tersebut dapat digambar. Kemudian pencarian streamline dengan menyelesaikan pers. (6) secara numerik, memberikan bentuk streamline yang bagus dalam waktu singkat, karena dilakukan dengan bantuan program fortran. Begitu juga proses transformasi streamline menggunakan metode conformal mapping praktis yaitu memakai persamaan parabola dengan sudut masuk dan keluar turbin sebagai kondisi batas, memudahkan mendapatkan kordinat 3 dimensi runner, dan

dengan mudah digambar dengan software CAD. Jelas cara yang kedua akan banyak menghemat waktu perancangan. Terdapat sejumlah idealisasi dalam perancangan ini, seperti pada pers. (6) dimana fluida diasumsikan tidak non-viscous, tak berotasi dan incompressibel yang berbeda dengan keadaan rilnya, juga pemilihan kurva parabola pada proses transformasi, tidak bisa menggunakan persamaan dengan orde yang lebih tinggi karena dibatasi oleh sedikit kondisi batas. Namun kondisi tersebut sudah cukup untuk mendapatkan bentuk dasar runner. CFD membantu perancang memahami karakteristik dasar turbin, seperti daya keluaran dan efisiensi sebagai fungsi debit (gambar 17 dan 18). Efisiensi maksimum CFD sudah tinggi, mendekati 90%, namun pada gambar 19, pada dinding atas sisi *pressure* sudu terlihat aliran yang memisah, hal tersebut akan mengurangi tekanan pada sisi *pressure*, informasi ini membantu perancang untuk mencari tahu lebih lanjut penyebabnya, ini tentu memberikan umpan balik yang bagus untuk perbaikan prosedur perancangan dan optimalisasi sesuai kebutuhan/kondisi input perancangan, juga sebagai acuan sebelum dilakukan pembuatan model untuk sarana validasi perancangan. Hal tersebut akan menghemat waktu, tenaga dan biaya perancangan.

## Kesimpulan

1. Perancangan runner turbin francis dengan metode empirik-numerik dan conformal mapping relatif mudah karena streamline dan kordinat 3 dimensi runner didapat secara numerik menggunakan bantuan software fortran dan CAD, sehingga menghemat waktu dan memungkinkan mencari banyak variasi bentuk runner untuk mendapatkan runner yang optimal.
2. Simulasi CFD memberikan gambaran umum karakteristik runner, ini bermanfaat bagi perancang memperbaiki prosedur perancangan untuk mencari bentuk runner optimal sesuai kebutuhan sebelum dilakukan pembuatan model untuk eksperimen.

## Referensi

- [1] Nechleba, M., Hydraulic Turbine – Their Design and Equipment, English Edition, Artia Prague, Czechoslovakia, 1957.
- [2] Milos T., Barglazan, M. , CAD Technique Used to Optimaze The Francis Runner Design, *Scientific Bulletin of The Politehnica University of*



*Timisoara Transaction on Meechanics*, (2004)  
125-130.

[3] Nourbakhsh, A., Razavi, O.S., Khodabakhsh, H., Mehrabadi, A., New Approach for Hydraulic Design of Francis Runner Based on Empirical Correlations, *Proceedings of International Conference on Small Hydropower – Hydro*, Srilanka, (2007) 1-5

[4] Chow, Chuen-Yen., *An Introduction to Computational Fluid Mechanics*, Corrected Edition, Seminole Publishing Company, Colorado, 1983.

[5] Pfleiderer/Petermann, *Stromungsmaschinen*, Fourth Edition, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1972.

[6] Tuakia, Firman. , *Dasar-dasar CFD Menggunakan Fluent*, Cetakan Pertama, Informatika Bandung, 2008.