Pengembangan Algoritma Baru untuk Mengatasi Kebocoran Spektrum Menggunakan Estimasi Frekuensi dan *Extended Fourier Transform*

Hadiyan Budi Prasetyo[1,*], Ignatius Pulung Nurprasetio[2] dan Budi Heryadi[3]
Fakultas Teknik Mesin dan Dirgantara
Institut Teknologi Bandung
Jalan Ganesha 10, Bandung, 40132, Indonesia
Email: hadiyan.budi@gmail.com, ipn@ftmd.itb.ac.id, budiheryadi001@gmail.com

Abstrak

Dalam proses perekaman, sinyal digital dicuplik dari sinyal analog dengan banyak sampel yang terbatas. Selain itu, proses perekaman akan dimulai pada suatu titik sembarang dari sinyal kontinu. Khusus untuk sinyal periodik, sinyal akan terpotong akibat waktu rekam tidak tepat sama dengan kelipatan bulat dari periode sinyal. Alhasil, dari proses perekaman ini akan timbul error pada amplitudo dan frekuensi dari spektrum yang dikenal sebagai fenomena kebocoran spektrum. Fenomena kebocoran spektrum umum diatasi dengan mengimplementasikan teknik *windowing*. Namun, teknik ini masih menimbulkan kesalahan spektrum yang cukup signifikan.

Pada makalah ini, dipaparkan pengembangan suatu algoritma baru untuk mengatasi fenomena kebocoran spektrum. Algoritma ini terdiri dari dua tahap. Tahap pertama meliputi estimasi frekuensi sinyal dengan melakukan interpolasi pada koefisien Fourier di sekitar puncak spektrum sehingga diperoleh indeks frekuensi. Kemudian pada tahap kedua, indeks frekuensi yang merupakan kelipatan dari resolusi frekuensi digunakan untuk menyusun suatu fungsi yang dapat menghilangkan efek dari fenomena kebocoran spektrum. Metode ini diuji melalui simulasi numerik menggunakan perangkat lunak MATLAB® maupun eksperimen. Berdasarkan hasil simulasi dan eksperimen, terbukti bahwa metode ini efektif dalam mengurangi kesalahan puncak spektrum. Kesalahan amplitudo berkurang dari 36,27% menjadi 0,13% dan kesalahan indeks frekuensi berkurang dari 50% menjadi 0%.

Kata kunci: kebocoran spektrum, estimasi frekuensi, indeks frekuensi, *Extended Fourier Transform.*

Pendahuluan

Analisis terhadap sinyal getaran merupakan salah satu teknik yang sering digunakan dalam mendeteksi kerusakkan pada suatu mesin [1]. Sinyal getaran dapat dinyatakan sebagai kombinasi linier dari sejumlah komponen sinyal sinusoidal pada frekuensi yang tersebar [2]. Komponen-komponen sinyal tersebut dapat dipisahkan dengan menerapkan Transformasi Fourier pada sinyal getaran.

Dalam proses perekaman, sinyal direkam dalam perangkat akuisisi data dengan cara mencuplik sinyal kontinu sehingga didapat data berupa sinyal diskrit. Bagaimanapun juga, data ini memiliki sampel yang terbatas, sehingga proses perekaman akan berhenti pada saat sinyal tidak terekam secara utuh.

Pada sinyal sinusoidal, apabila sinyal dipotong pada waktu yang bukan merupakan kelipatan bulat dari periodenya, maka akan dihasilkan kesalahan pada spektrum frekuensi. Kesalahan ini meliputi kesalahan pada frekuensi dan juga amplitudo [3]. Kesalahan semacam ini lazim dikoreksi dengan cara menerapkan fungsi jendela pada sinyal domain waktu. Walaupun telah dikoreksi menggunakan fungsi jendela, kesalahan yang terjadi masih cukup signifikan.

Khuschandra [4] telah melakukan studi mengenai perilaku kesalahan puncak spektrum akibat penggunaan fungsi jendela *Rectangular, Hanning,* dan *Flattop* pada sinyal sinus. Dalam penelitian tersebut dihasilkan persamaan matematik yang menggambarkan kesalahan puncak spektrum akibat penggunaan tiga jenis fungsi jendela tersebut. Dari persamaan tersebut, terlihat bahwa perilaku kesalahan yang diperoleh merupakan fungsi dari fasa sinyal dan rasio waktu rekam terhadap perioda sinyal. Untuk kasus sinyal waktu diskrit, kesalahan puncak spektrum merupakan fungsi dari rasio frekuensi cuplik terhadap frekuensi sinyal dan banyaknya sampel yang direkam. Kesalahan puncak spektrum yang ditimbulkan akibat penggunaan ketiga fungsi jendela tersebut bersifat fluktuatif seiring dengan naiknya harga rasio waktu rekam terhadap perioda sinyal.

Heryadi [5] kemudian menganalisis kesalahan puncak spektrum untuk fungsi jendela lainnya, diantaranya adalah *Kaiser-Bessel, Blackman, Blackman-Harris, Hamming,* dan *Nuttal.* Dalam penelitian tersebut, terlihat bahwa kesalahan puncak spektrum tetap akan berfluktuasi walaupun waktu rekam diperpanjang. Hasil penelitian ini membuktikan bahwa teknik *windowing* masih menghasilkan kesalahan puncak spektrum yang cukup signifikan. Bertolak dari permasalahan tersebut, makalah ini memaparkan alternatif cara untuk mengurangi kesalahan spektrum akibat fenomena kebocoran spektrum.

Metodologi

Pada makalah ini, sinyal getaran dimodelkan sebagai berikut

$$x[n] = A\cos(2\pi f_o n), \quad n=0,1,\ldots,N-1 \qquad (1)$$

di mana x[n], A, f_o, dan N merupakan sinyal getaran, amplitudo, frekuensi digital, dan banyak sampel. Frekuensi digital yang tertera dalam Persamaan (1) dapat dinyatakan dalam bentuk spektral bin, $f_o=(k_p+\delta)/N$ di mana k_p dan δ merupakan bilangan bulat dan bilangan pecahan dari spektral bin.

Mula-mula sinyal getaran yang dimodelkan dalam Persamaan (1) ditransformasikan terlebih dahulu menjadi sinyal eksponensial kompleks dengan menggunakan Transformasi Hilbert. Transformasi ini menghasilkan Persamaan (2),

$$\begin{aligned} x_c[n] &= \frac{A}{2} e^{j(2\pi f_o n)} \\ x_c[n] &= \frac{A}{2} e^{j\left(2\pi \frac{k_p+\delta}{N} n\right)} \\ x_c[n] &= \frac{A}{2} (e^{j2\pi \frac{k_p}{N} n})(e^{j2\pi \frac{\delta}{N} n}) \end{aligned} \qquad (2)$$

di mana $x_c[n]$ merupakan sinyal getaran dalam bentuk eksponensial kompleks dan j menyatakan bilangan imajiner.

Kemudian sinyal yang diungkapkan dalam Persamaan (2) ditransformasikan ke domain frekuensi dengan menggunakan Transformasi Fourier Diskrit, sehingga diperoleh Persamaan (3),

$$\begin{aligned} X[k] &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi \frac{k}{N} n} \\ X[k] &= \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A}{2} (e^{j2\pi \frac{k_p}{N} n})(e^{j2\pi \frac{\delta}{N} n})(e^{-j2\pi \frac{k}{N} n}) \\ X[k] &= \frac{A}{2} \sum_{n=0}^{N-1} (e^{j2\pi \frac{k_p-k}{N} n})(e^{j2\pi \frac{\delta}{N} n}) \end{aligned} \qquad (3)$$

di mana X[k] dan k adalah spektrum frekuensi dan indeks frekuensi (k=0,1,…,N-1).

Apabila harga δ 0, maka Persamaan (3) akan berubah menjadi

$$X[k]=\frac{A}{2}\sum_{n=0}^{N-1}(e^{j2\pi\frac{k_p-k}{N}n}) \qquad (4)$$

Pada Persamaan (4) seluruh harga X[k] akan bernilai 0 kecuali $X[k_p]$. Hal ini menunjukkan bahwa fenomena kebocoran spektrum tidak terjadi. Jadi, dapat dilihat bahwa kebocoran spektrum disebabkan oleh keberadaan suku $(e^{j2\pi\frac{\delta}{N}n})$. Harga δ yang merupakan bilangan pecahan menyebabkan puncak spektrum bernilai lebih rendah daripada amplitudo sinyal x[n], dan juga menyebabkan puncak spektrum tidak terletak pada bin DFT.

Untuk mengatasi efek dari fenomena kebocoran spektrum, pengaruh dari suku $(e^{j2\pi\frac{\delta}{N}n})$ harus dihilangkan. Hal ini dapat dicapai dengan mengalikan sinyal getaran pada domain waktu dengan *twiddle function* [6] sebagaimana diungkapkan dalam persamaan berikut

$$L(-\delta,n) = e^{-j2\pi\frac{\delta}{N}n} \quad n=0,1,\ldots,N-1 \qquad (5)$$

Selanjutnya, Transformasi Fourier Diskrit diterapkan pada sinyal hasil perkalian tersebut.

Pada Persamaan (5), terlihat bahwa *twiddle function* merupakan fungsi dari variabel δ. Hal tersebut menunjukkan bahwa untuk mengkonstruksi suatu *twiddle function,* variabel δ harus diperkirakan terlebih dahulu. Variabel δ diperkirakan dengan melakukan interpolasi tiga titik dari koefisien Fourier yang terletak di sekitar puncak spektrum. Secara matematik, variabel δ dihitung dengan menggunakan estimator yang tertera pada Persamaan (6) [7].

$$\hat{\delta}=\frac{\tan(\frac{\pi}{N})}{(\frac{\pi}{N})}\text{Real}\left\{\frac{X[k_p-1]-X[k_p+1]}{2X[k_p]-X[k_p-1]-X[k_p+1]}\right\} \qquad (6)$$

Simulasi Numerik

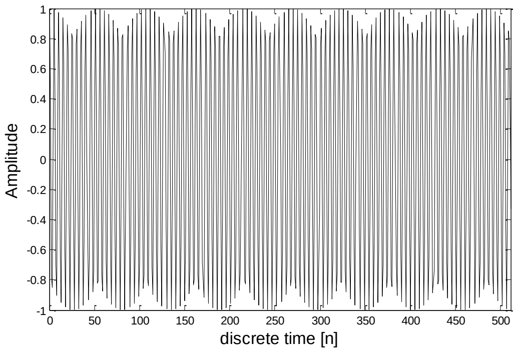
Untuk menguji algoritma yang dikembangkan dalam paper ini, simulasi numerik dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak MATLAB®. Pada simulasi ini, sinyal yang dijadikan objek simulasi merupakan sinyal kosinus dengan amplitudo 1 dan frekuensi 100,5 Hz. Sinyal ini memiliki persamaan sebagai berikut

$$x(t) = \cos(2\pi 100{,}5t) \qquad (7)$$

Sinyal kemudian dicuplik dengan frekeunsi cuplik sebesar 512 Hz dan sampel sebanyak 512 buah. Berdasarkan nilai-nilai parameter ini, sinyal diskrit yang diperoleh akan memiliki persamaan

$$x[n] = \cos(2\pi 100{,}5n\Delta t)$$
$$x[n] = \cos(2\pi 100{,}5\frac{n}{f_s})$$
$$x[n] = \cos(2\pi\frac{100{,}5}{512}n) \qquad (8)$$

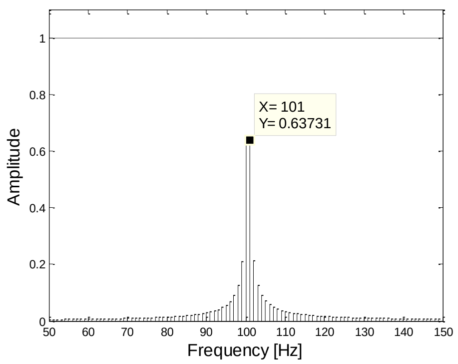
Frekuensi sinyal dapat dinyatakan dalam bentuk spectral bin, di mana $f=(k_p+\delta)\frac{f_s}{N}$. Apabila harga f_s, N, dan f pada formulasi tersebut disubstitusi dengan harga-harga yang telah ditetapkan, maka diperoleh harga $k_p+\delta=100{,}5$. Sebagaimana telah dijelaskan sebelumnya, k_p dan δ masing-masing merupakan bilangan bulat dan bilangan pecahan sehingga diperoleh harga $k_p=100$ dan $\delta=0{,}5$. Sinyal getaran pada domain waktu diskrit ditampilkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Sinyal pada domain waktu diskrit

Sinyal yang diungkap dalam Persamaan (8) kemudian ditransformasikan ke domain frekuensi menggunakan Transformasi Fourier Diskrit, sehingga diperoleh spektrum seperti yang tertera pada Gambar 2. Pada gambar ini, terlihat bahwa terdapat kesalahan pada amplitudo dan frekuensi spektrum. Hal ini menunjukkan bahwa fenomena kebocoran spektrum terjadi. Fenomena ini terjadi karena frekuensi sinyal tidak terletak pada salah satu bin DFT.

Efek dari kebocoran spektrum akan diminimalisasi dengan cara menerapkan algoritma yang dikembangkan pada makalah ini. Langkah pertama yang dilakukan adalah transformasi sinyal sinusoidal menjadi sinyal eksponensial kompleks dengan menggunakan Transformasi Hilbert.



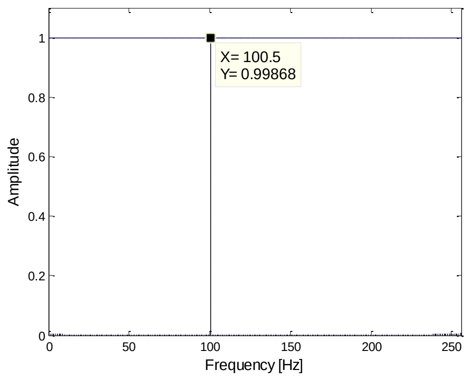
Gambar 2. Spektrum frekuensi dari sinyal

Tahap selanjutnya yaitu memperkirakan frekuensi sinyal yang sebenarnya. Terlihat pada Gambar 2, bahwa frekuensi sinyal yang sebenarnya tidak terletak pada salah satu bin DFT. Pada tahap ini, dilakukan dua tahap estimasi frekuensi. Tahap pertama adalah pencarian secara kasar dengan menerapkan FFT pada sinyal. Dari hasil FFT tersebut kemudian dipilih indeks bin yang memiliki amplitudo maksimal. Tahap kedua dilakukan pencarian secara detail, di mana lokasi frekuensi interbin diperkirakan. Pada tahap kedua ini, tiga titik koefisien Fourier yang terletak di sekitar puncak spektrum diinterpolasi dengan menggunakan Persamaan (6).

Dalam metode ini, tiga titik koefisien Fourier digunakan untuk memperoleh harga δ. Ketiga koefisen Fourier ini merupakan koefisien Fourier yang terletak pada bin puncak spektrum $\left(X[k_p]\right)$, satu bin sebelum puncaj spektrum $\left(X[k_p\text{-}1]\right)$ dan satu bin setelah puncak spektrum $\left(X[k_p+1]\right)$. Variabel k_p merupakan bin DFT yang memiliki amplitudo yang paling tinggi. Apabila nilai dari koefisien Fourier tersebut disubstitusikan ke dalam Persamaan (6) dengan N=512, maka diperoleh $\hat{\delta}$ = -0,5.

Setelah nilai dari δ diperoleh, langkah selanjutnya yaitu mengkonstruksi *twiddle function.* Formulasi dari *twiddle function* disajikan pada Persamaan (5). Fungsi ini digunakan untuk menghilangkan pengaruh dari suku $(e^{j2\pi\frac{\delta}{N}n})$ dengan cara mengalikannya dengan sinyal eksponensial kompleks pada domain waktu.

Langkah terakhir dari algorima ini adalah mentransformasi sinyal yang telah dimodifikasi tersebut ke domain frekuensi dengan menggunakan Transformasi Fourier Diskret sehingga diperoleh vektor frekuensi. Kemudian, vektor ini digeser sebesar δ sehingga dihasilkan spektrum yang ditampilkan pada Gambar 3.



Gambar 3. Spektrum frekuensi dari sinyal yang telah di modifikasi

Terlihat pada Gambar 3, puncak spektrum yang baru terletak tepat pada frekuensi 100,5 Hz. Selain itu, amplitudo puncak spektrum yang dihasilkan mendekati amplitudo teoretiknya, yaitu 1 satuan. Kesalahan amplitudo berkurang dari 36,27% menjadi 0,13% dan kesalahan indeks frekuensi berkurang dari 50% menjadi 0%. Hal tersebut menunjukkan bahwa efek dari fenomena kebocoran spektrum dapat berkurang.

Pada simulasi sebelumnya, telah ditunjukkan bahwa metode yang dikembangkan dalam makalah ini terbukti efektif untuk mengurangi efek dari fenomena kebocoran spektrum untuk sinyal sinusoidal murni. Pada simulasi berikutnya, akan dilibatkan pengaruh *noise*. *Noise* yang dilibatkan dalam simulasi adalah *noise* dengan jenis *white Gaussian Noise.* Jadi, sinyal yang menjadi objek pengamatan dalam simulasi ini dapat dinyatakan sebagai kombinasi linier antara sebuah sinyal konsius dengan *noise.* Sinyal ini diformulasikan pada Persamaan (9). Pada persamaan ini, w[n] merupakan *noise* dengan nilai rata-rata sebesar nol dan varian sebesar σ^2.

$$x[n] = \cos[2\pi f_o n] + w[n] \qquad (9)$$

Pada simulasi ini, dipilih frekuensi sinyal kosinus 100,5 Hz. Dari frekuensi ini dapat dicari frekuensi digital (f_o) dengan cara mensubstitusikan harga frekuensi ke dalam Persamaan (10).

$$f_o = \frac{f}{f_s} \qquad (10)$$

Frekuensi cuplik diatur pada 512 Hz dan banyak sampel yang direkam sebanyak 512. Apabila frekuensi sinyal tersebut dinyatakan dalam spektral bin, maka diperoleh $k_p + \delta = 100{,}5$, di mana harga k_p dan δ masing-masing bernilai 100 dan 0,5.

Pada simulasi ini, harga SNR *(Signal to Noise Ratio)* divariasikan pada rentang 0,1 – 1000. Formulasi dari SNR ditampilkan pada Persamaan (11).

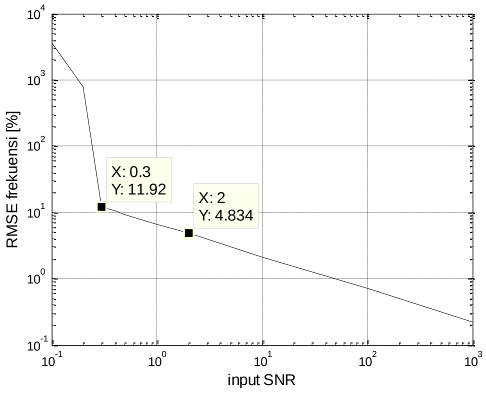
$$\mathrm{SNR} = \frac{A^2}{\sigma_w^2} \qquad (11)$$

Harga RMSE *(Root Mean Square Error)* dari δ dan amplitudo puncak spektrum diperoleh dengan cara merata-ratakan 1000 data pada setiap harga SNR. RMSE untuk frekuensi dan amplitudo puncak spektrum diformulasikan masing-masing pada Persamaan (12) dan (13).

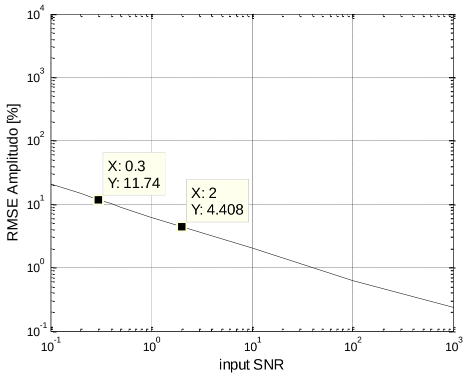
$$\mathrm{RMSE}_f = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(f-\hat{f}_i\right)^2}{N}} \qquad (12)$$

$$\mathrm{RMSE}_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(A_{teoretik}-A)^2}{N}} \qquad (13)$$

Gambar 4 dan Gambar 5 menampilkan harga RMSE dari frekuensi dan amplitudo puncak spektrum pada setiap harga SNR dalam rentang 0,1 – 1000. Pada gambar tersebut, dapat dilihat bahwa kesalahan akan semakin mengecil apabila nilai SNR membesar. Hal ini dikarenakan deviasi dari *noise* akan mengecil ketika nilai SNR membesar. Dari grafik tersebut, terlihat bahwa kesalahan frekuensi dan amplitudo puncak spektrum dapat berkurang selama harga SNR lebih besar dari 0,3.



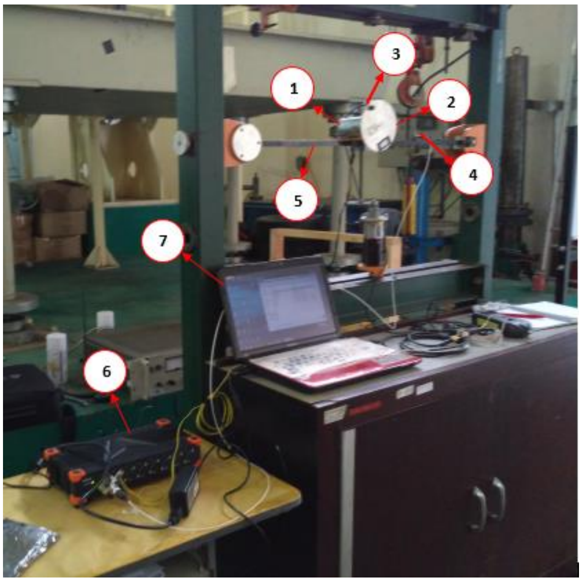
Gambar 4. RMSE dari frekuensi terhadap SNR



Gambar 5. RMSE dari amplitudo terhadap SNR

Eksperimen

Selain simulasi numerik, suatu eksperimen sistem getaran juga dipaparkan pada makalah ini untuk menguji keefektifan dari algoritma yang dikembangkan. Eksperimen sistem getaran dilakukan dengan menggunakan perangkat alat uji yang tersedia di Laboratorium Dinamika ITB seperti yang ditampilkan pada Gambar 6. Alat uji ini terdiri dari batang kontinu yang ditumpu dengan menggunakan tumpuan engsel-roll. Pada bagian tengah dari batang ini, diletakkan piringan tak seimbang yang dapat diputar oleh motor guna menciptakan gaya tak seimbang ketika piringan tersebut diputar.

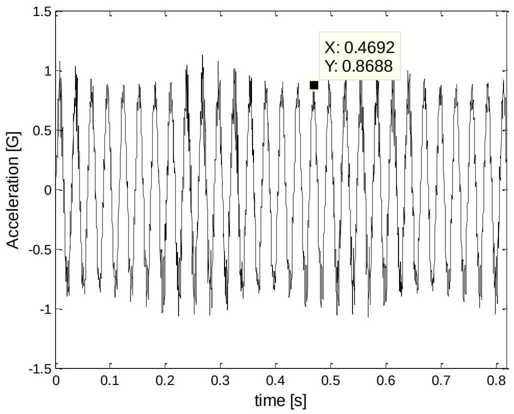


Gambar 6. Alat uji yang terdiri dari motor DC (no.1), piringan (no.2), *proximity probe* (no.3), akselerometer (no.4), batang kontinu (no.5), perangkat data akuisisi (no.6), and laptop (no.7)

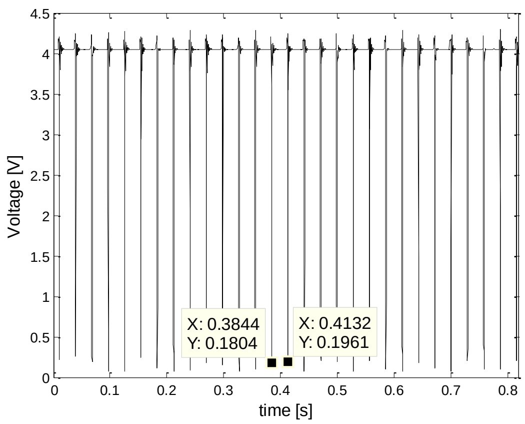
Pada eksperimen ini, piringan diputar dengan menggunakan motor DC. Piringan tersebut akan mengeksitasi batang dikarenakan adanya massa tak seimbang yang berputar. Eksitasi ini akan menghasilkan getaran yang kemudian diukur dengan menggunakan akselerometer tipe PCB Piezotronics Model 352C33. Sinyal keluaran akselerometer kemudian direkam dengan menggunakan perangkat data akuisisi SIRIUSf 8xCAN, dan proses pencuplikan diatur dengan menggunakan perangkat lunak DEWESoftX2 dengan frekuensi cuplik sebesar 5000 Hz. Banyak sampel yang direkam adalah 4096 buah. Selain akselerometer, dalam pengujian ini dipasang juga Autonics PR12-4DN2 *Proximity Probe* pada batang di sekitar piringan untuk mengetahui kecepatan putar dari piringan tersebut.

Data sinyal getaran pada domain waktu hasil pengukuran ditampilkan pada Gambar 7. Pada gambar tersebut, terlihat bahwa sinyal getaran yang diperoleh terdiri dari gabungan antara sebuah sinyal sinusoidal dengan *noise*. Sinyal sinusoidal ini memiliki amplitudo sekitar 0,8688 G.

Gambar 8 menampilkan sinyal domain waktu yang diperoleh dari *proximity probe*. Sinyal tersebut digunakan untuk menghitung kecepatan putar dari piringan dengan cara mengamati jeda waktu antar lembah yang berdekatan. Dari gambar tersebut, jeda waktu antar lembah adalah sebesar 0,0288 s. Hal tersebut menunjukkan bahwa frekuensi dari piringan tersebut adalah $f = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{0{,}0288} = 34{,}72$ Hz.

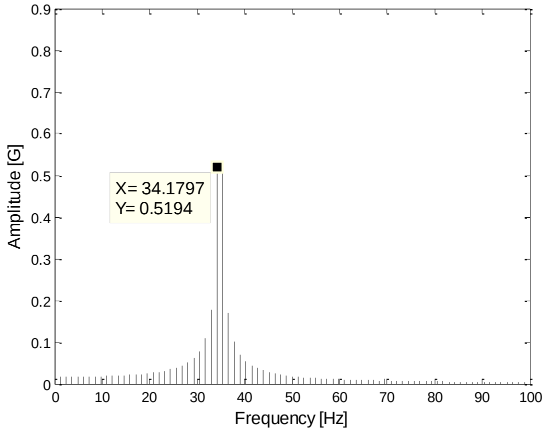


Gambar 7. Sinyal getaran pada domain waktu



Gambar 8. Sinyal voltase yang berasal dari *proximity probe* pada domain waktu

Sinyal getaran kemudian ditransformasikan ke domain frekuensi dengan menggunakan Transformasi Fourier Diskret sehingga diperoleh spektrum seperti yang ditampilkan pada Gambar 9. Pada gambar tersebut terlihat bahwa amplitudo puncak spektrum yang diperoleh sebesar adalah 0,4044 satuan. Terdapat kesalahan amplitudo puncak spektrum. Hal tersebut mengindikasikan bahwa fenomena kebocoran spektrum terjadi.



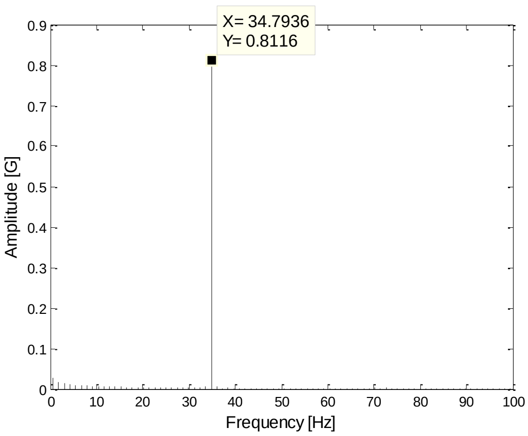
Gambar 9. Spektrum frekuensi dari sinyal getaran

Selanjutnya, diterapkan algoritma yang dikembangkan untuk mengatasi efek dari kebocoran spektrum. Proses ini dimulai dari mentransformasikan sinyal getaran menjadi bentuk eksponensial kompleks dengan menggunakan Transformasi Hilbert. Setelah sinyal eksponensial kompleks diperoleh, frekuensi sinyal yang sebenarnya diperkirakan, di mana tiga buah titik koefisien Fourier yang terletak di sekitar puncak digunakan untuk menghitung δ menggunakan Persamaan (6). Dari proses tersebut diperoleh harga δ=0,5029

Setelah harga δ diperoleh, *twiddle function* dapat dikonstruksi dengan cara mensubstitusikan variable δ dengan 0,5029 dan N dengan 4096 ke dalam Persamaan (5). Setelah itu, *twiddle function* dikalikan dengan sinyal eksponensial kompleks yang telah diperoleh sebelumnya. Sinyal hasil perkalian ini kemudian ditransformasikan ke domain frekuensi dengan menggunakan Transformasi Fourier Diskret dan menggeser vektor frekuensi sebesar δ, sehingga diperoleh spektrum seperti yang ditampilkan pada Gambar 10.

Dapat dilihat pada Gambar 10, puncak spektrum terletak pada frekuensi 34,79 Hz. Frekuensi tersebut sangat mendekati frekuensi yang terbaca pada *proximity probe*, yaitu sebesar 34,72 Hz. Selain itu, amplitudo puncak spektrum pun memiliki nilai yang mendekati amplitudo sinyal pada domain waktunya, yaitu sebesar 0,8116 G. Terlihat bahwa kesalahan amplitudo dan frekuensi dari puncak spektrum berkurang cukup signifikan. Hal tersebut mengindikasikan bahwa efek dari kebocoran spektrum dapat diminimalisasi.

.



Gambar 10. Spektrum frekuensi sinyal getaran yang telah dimodifikasi

Kesimpulan

Suatu metode baru untuk mengatasi kebocoran spektrum telah dikembangkan. Keefektifan dari metode tersebut telah diuji melalui simulasi numerik dan eksperimen. Hal tersebut ditandai dengan berkurangnya kesalahan amplitudo dan frekuensi dari puncak spektrum.

Referensi

[1] Eisenmann, R.C. Sr. and Eisenmann, R.C. Jr., Machinery Malfunction Diagnosis and Correction, Prentice Hall, New Jersey, 1997.

[2] Oppenheim A.V., Willsky A. S., and Nawab S. H., Signals and Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1997.

[3] McConnell, K. G., Vibration Testing, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995.

[4] Khuschandra, Analisis Perilaku Kesalahan Puncak Spektrum Akibat Penggunaan Fungsi Jendela Kotak, Hanning, dan Flattop pada Sinyal Sinus, Tesis Magister, Program Studi Teknik Mesin, ITB, 2010

[5] Heryadi, B., Abidin, Z., dan Nurprasetio, I.P., Kesalahan Puncak Spektrum akibat Penggunaan Fungsi Window untuk Kasus Sinyal Sinusoidal Kontinu, Proceeding Seminar Nasional Tahunan Teknik Mesin XIII (SNTTM XIII), 2014

[6] F. Xu, Algorithm to remove spectral leakage, close-in noise, and its application to converter test, Proc. IEEE Instrum. Meas. Technol. Conf., pp. 1038-1042, 2006

[7] C. Candan, A method for fine resolution frequency estimation from three DFT samples, IEEE Signal Process. Lett., vol. 18, no. 6, pp. 351-354, 2011