

## Studi 3 dimensi kontak hertzian berbentuk elips menggunakan metode elemen hingga

I Made Parwata<sup>a,1</sup>, I Nyoman Citta<sup>a</sup>, I Made Widiyarta<sup>a</sup>, I Putu Lokantara<sup>a</sup>,  
I Made Gatot Karohika<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Program Studi Teknik Mesin, Universitas Udayana, Bali  
[imd\\_parwata@unud.ac.id](mailto:imd_parwata@unud.ac.id)

### ABSTRACT

Wear is a common issue when two objects experience relative motion. Efforts to prevent and reduce wear rates, such as lubrication, hardening, coating, and surface smoothing, are highly effective and efficient when applied to the contact area. Ansys is a Finite Element Method tool commonly used concerning Hertzian contact. This paper will analyze the contact stress and contact area on two objects with different lateral and longitudinal curvatures. Contact analysis will be carried out using Ansys Workbench. The modeling involves two objects made of steel. Both objects have different curvatures. The lateral curvature of object 1 is 13 mm, while for object 2, it is 16 mm, and the longitudinal radius of both objects is 21 mm. The meshing of both objects uses solid tetrahedral elements. A normal force of 300 N is applied along the axis connecting the centers of curvature of both objects. Then, the analysis results, including contact stress and dimensions obtained, are compared with the calculations using the Hertz theory approach. The results obtained with the Finite Element Method show a maximum contact stress of 30.57 MPa, and the contact area is elliptical with a major axis of 3.77 mm and a minor axis of 3.75 mm. The results obtained from the Hertz calculation show a contact stress of 6.75 MPa, and the contact area is elliptical with a major axis of 0.5356 mm and a minor axis of 0.1499 mm.

**Keywords:** Hertzian contact, contact stress, contact dimensions, finite element method.

**Received** 30 September 2023; **Presented** 5 October 2023; **Publication** 27 May 2024

### PENDAHULUAN

Kausan merupakan permasalahan utama yang dihadapi oleh mesin. Mesin terdiri dari beragam komponen yang saling terhubung melalui sambungan atau kontak permukaan. Interaksi antara permukaan-permukaan ini, disertai dengan pergerakan relatif di antara mereka, bisa mengakibatkan terjadinya keausan. Secara umum, semua benda yang bersentuhan dan mengalami pergerakan relatif rentan mengalami keausan [1]. Di setiap mesin, terdapat pergerakan relatif dan kontak di antara komponennya. Sebagai contoh, pergerakan relatif antara cincin piston dan liner silinder, interaksi antara poros dan bantalan jurnal, kontak antara gigi roda, hubungan roda kereta dengan rel, dan sebagainya.

Analisis tegangan dan tekanan kontak Hertzian memainkan peranan penting dalam perancangan komponen mesin terutama pada komponen-komponen yang berkontak. Metode elemen hingga merupakan metode yang umum digunakan untuk melakukan analisis ini. Penggunaan model 3 dimensi dalam perancangan sebuah komponen mesin dapat memberikan gambaran yang lebih nyata. Analisis kontak ini memberikan gambaran di mana

lokasi terjadinya keausan pada area kontak tersebut.

Teori kontak pertama kali ditemukan oleh Herzt pada tahun 1895. Herzt mengemukakan bahwa saat dua obyek ditekan satu sama lain dengan gaya normal, obyek tersebut akan membentuk suatu area kontak di satu titik. Jika benda-benda ini elastis dan dikenai beban statis, area kontak akan berbentuk elips. Tekanan kontak yang terjadi akan membentuk semi elips. Teori Herzt ini didasarkan pada beberapa asumsi: bahan yang digunakan adalah elastis linear, permukaan kontak dianggap halus, tidak ada gesekan antara permukaan kontak, dan objek yang bersentuhan mengalami deformasi sebagai setengah ruang tak terhingga. Karena asumsi setengah ruang tak terhingga ini, geometri area kontak terbatas. Dimensi area kontak harus jauh lebih kecil dibandingkan dengan radius kelengkungan relatif dari masing-masing benda.

Tegangan kontak memegang peranan penting dalam analisa kontak. Beberapa penelitian tentang tegangan kontak ini dilakukan oleh Pandirajan, R. dkk [2]. Pada penelitian ini, kasus yang diteliti adalah tegangan kontak dan tekanan kontak bola baja dengan alurnya pada *ball bearing*

yang berdiameter besar. Tekanan kontak dihitung secara analitik dengan menggunakan perhitungan Hertz dan secara numerik menggunakan *finite element method* kemudian kedua hasil ini dibandingkan. Hasil penelitiannya memperlihatkan adanya kenaikan tegangan kontak dengan kenaikan beban baik secara analitik maupun numerik. Semakin besar beban yang diberikan semakin kecil selisih antara hasil perhitungan secara analitik dan numerik. Analisis tekanan kontak juga dilakukan oleh Sugenes, A.P. dan Mertens, A. J [3]. Penelitian ini menggunakan metode elemen hingga dan perhitungan secara analitis pada dua silinder dari baja. Perhitungan dengan metode elemen hingga menggunakan model elemen 2D pada kondisi *plain stress* dan *plain strain*. Perhitungan dengan metode elemen hingga ini menggunakan *software* Ansys. Hasil-hasil penelitian memperlihatkan distribusi tegangan kontak di bawah permukaan kontak kedua silinder.

Disamping penelitian tentang tegangan kontak, penelitian dimensi kontak secara analitis juga terus berkembang. Lai, Zhengshoud dkk. [4] mengembangkan model kontak 2D dengan melibatkan gaya tangensial yaitu berupa gaya gesek. Penyelesaian yang didapatkan adalah penyelesaian analitis perilaku kontak normal dan penyelesaian semi analitis untuk kontak tangensial. Perilaku kontak tangensial melibatkan faktor penalti sebagai sebuah variabel untuk menentukan karakteristik kontak. Dalam hal ini metode elemen hingga digunakan untuk memvalidasi model kontak yang diusulkan dan mengkarakteristik faktor penalti tersebut. Model yang dihasilkan dapat digunakan dalam perhitungan mekanika kontak untuk partikel dalam 2D dan kontak dua silinder.

Model kontak telah banyak dikembangkan baik secara analitis maupun secara numerik. Hal ini menunjukkan pentingnya analisis perilaku kontak. Pada penelitian ini dikembangkan model kontak 3D yang dilakukan secara numerik dengan menggunakan metode elemen hingga, sedangkan model kontak hertzian berupa elips secara analitis numrik juga telah dikembangkan oleh Van Baek [5]. Model ini telah banyak digunakan, meskipun model yang dikembangkan merupakan sebuah pendekatan analitis. Persamaan model kontak elips seperti yang dimaksud adalah sebagai berikut:

$$a = a^* \left( \frac{3FR'}{E'} \right)^{1/3} \quad (1)$$

$$b = b^* \left( \frac{3FR'}{E'} \right)^{1/3} \quad (2)$$

Dimana  $a$  merupakan sumbu mayor elips,  $b$  merupakan sumbu minor elips,  $F$  adalah gaya normal yang diberikan pada sumbu benda yang berkontak,  $R'$  adalah radius efektif dan  $E'$  adalah modulus elastisitas efektif. Selanjutnya didefinisikan

$$a^* = \beta \left[ 1 + \frac{2(1-\beta^2)}{\pi\beta^2} - 0.25\ln(\beta) \right]^{1/3} \quad (3)$$

$$b^* = \frac{a^*}{\beta} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\beta} = 1 + \left( \frac{\ln\left(\frac{16}{2\alpha}\right)}{2\alpha} \right)^{1/2} - (\ln(4))^{1/2} + 0.16\ln(\alpha) \quad (5)$$

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R'_x} + \frac{1}{R'_y} \quad (6)$$

$$\frac{1}{R'_x} = \frac{1}{r_{1,x}} + \frac{1}{r_{2,x}} \quad (7)$$

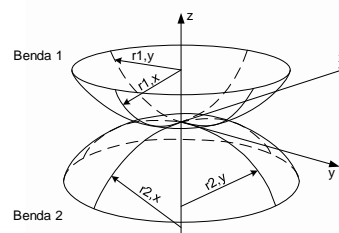
$$\frac{1}{R'_y} = \frac{1}{r_{1,y}} + \frac{1}{r_{2,y}} \quad (8)$$

$\beta$  adalah rasio radius efektif  $R'_x/R'_y$  atau  $R'_y/R'_x$  dipilih nilai yang terkecil. Tekanan kontak rata-rata ( $P_m$ ) dan tekanan kontak maksimum ( $P_{max}$ ) menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$P_m = \frac{F}{\pi ab} \quad (9)$$

$$P_{max} = 1.5 P_m \quad (10)$$

Radius  $r_{1,x}$ ,  $r_{1,y}$ , merupakan radius benda 1 arah x, arah y demikian pula radius  $r_{2,x}$ ,  $r_{2,y}$  merupakan radius pada benda 2. Penggambaran radius ini dapat dilihat seperti pada Gambar 1.



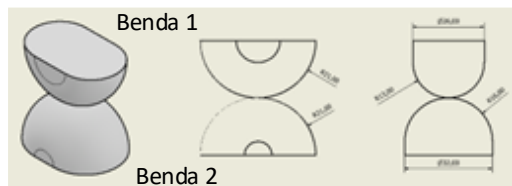
Gambar 1. Radius benda dan sistem sumbu

arah Perilaku aus dapat diamati di area kontak. Perilaku aus yang dapat diamati antara lain: tekanan kontak, luas area kontak, tegangan

kontak yang terjadi dibawah permukaan kontak. Perilaku kontak ini dapat dimanfaatkan untuk melakukan upaya-upaya pencegahan maupun mengurangi laju keausan. Upaya-upaya untuk menanggulangi keausan di area antara lain melapisi permukaan kontak dengan material yang lebih keras, melakukan pengerasan di area kontak, memperluas area kontak sehingga tekanan kontak menjadi lebih kecil, melakukan pelumasan di area kontak. Semua upaya ini akan sangat efektif bila dilakukan di area kontak.

## METODE PENELITIAN

Pemodelan kontak dengan metode elemen hingga dilakukan dengan menggunakan software *ansys workbench*. Pemodelan ini menggunakan dua buah benda dengan radius seperti pada Gambar 2



Gambar 2. Dua buah benda yang berkontak

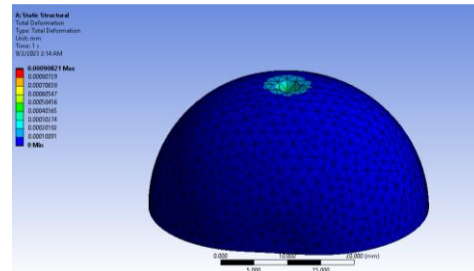
Radius benda 1 dan 2 ke arah longitudinal adalah 21 mm dan untuk radius lateral benda 1 adalah 13 mm dan 16 mm untuk benda 2 yang terletak di bawah. Kontak permukaan antara benda 1 dan 2 menggunakan elemen kontak (CONTA 172) dan target (TARG 169). Jenis material yang digunakan untuk kedua benda adalah *steel*. Selanjutnya adalah tahap *meshing* dimana tipe elemen yang digunakan adalah *tetrahedrons*. Jumlah *node* yang didapat adalah 72.646 buah dan jumlah elemen sebanyak 33.639 buah. Kemudian, *constraint* yang diberikan pada benda 2 adalah *fixed support* pada bagian bawah, sedangkan untuk benda 1 diberikan *displacement* arah x dan y sama dengan nol. Sedangkan, untuk *displacement* arah vertikal bernilai tidak sama dengan nol. Kemudian, beban normal diberikan pada permukaan atas benda 1.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil perhitungan secara analitis numerik dilakukan dengan menggunakan persamaan (1), (2), (9) dan (10). Berdasarkan *properties* material, nilai modulus elastis kedua benda adalah sebesar 200 GPa, *Poisson ratio* 0,3. Gaya normal yang diberikan sebesar 300 N. Hasil perhitungan didapatkan sumbu mayor elips adalah 0,5356 mm, sumbu minor sebesar 0,1499 mm. Besarnya

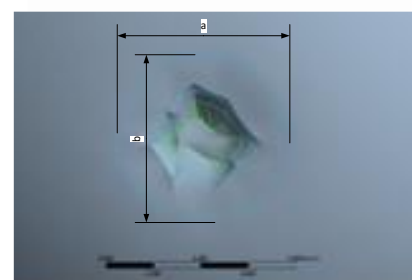
tekanan kontak rata-rata adalah sebesar 1.189 MPa dan tekanan kontak maksimum sebesar 1.784 MPa.

Hasil analisis kontak secara numerik diperlihatkan dalam Gambar 3 berupa deformasi yang terjadi pada permukaan kontak. Terlihat deformasi arah vertikal ke bawah dengan besarnya deformasi maksimum sebesar 0.0009 mm. Deformasi sangat kecil karena gaya yang diberikan hanya 300 N.



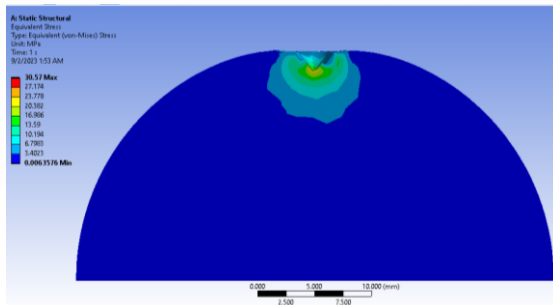
Gambar 3. Deformasi pada permukaan kontak

Selanjutnya, pengukuran dimensi kontak dilakukan dengan menampilkan gambar seperti Gambar 4. dimana terlihat garis-garis terjadinya deformasi. Deformasi ke arah lateral dapat dilakukan dengan mengukur antar garis *isolines*. Panjang sumbu mayor merupakan jarak terpanjang dan jarak terpendek menandakan sumbu minor. Pada kasus ini panjang sumbu mayor maupun minor tidak berbeda jauh yaitu sumbu mayor *a* sebesar 3,77 mm dan sumbu minor *b* sebesar 3,75 mm. Berdasarkan hasil ini, selanjutnya dihitung besarnya tekanan kontak yaitu dengan membagi gaya normal dengan luas elips. Hasil yang didapat adalah 6,75 MPa.



Gambar 4. Permukaan kontak dengan *isolines*

Gambar 5. memperlihatkan distribusi tegangan ekivalen dimana tegangan kontak maksimum terjadi di bawah permukaan kontak. Pada kasus ini tegangan kontak maksimum adalah 30,57 MPa.



Gambar 5. Tegangan Ekuivalen

Bila dibandingkan antara perhitungan dengan pendekatan analitis numerik dan perhitungan secara numerik terdapat perbedaan hasil yang cukup besar. Perlu kajian lebih mendalam baik dalam perhitungan pendekatan analitis maupun secara numerik. Perhitungan secara analitis masih terus dikembangkan karena belum didapatkannya penyelesaian *elliptic integral* yang terdapat pada persamaan Hertz. Beberapa penelitian yang membahas tentang penyelesaian pendekatan secara analitis dilakukan oleh N. Tanaka [6], Antoine, J.F. dkk. [7] dan Fisher, F.D. dan Wiest, M. [8].

## KESIMPULAN

Beberapa hasil yang dapat diambil dari perhitungan secara analitis numerik dan secara numerik dengan metode elemen hingga adalah sebagai berikut:

Perhitungan analitis numerik sumbu mayor elips sebesar 0,5356 mm dan panjang sumbu minor elips sebesar 0.1499 mm. Tekanan kontak maksimum adalah 1.784 MPa.

Perhitungan secara numerik didapatkan panjang sumbu mayor elips yaitu 3,77 mm dan panjang sumbu minor elips adalah 3,75 mm. Tekanan kontak maksimum didapatkan sebesar 6,75 MPa.

## UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih disampaikan kepada LPPM dan Fakultas Teknik Universitas Udayana yang telah mendanai penelitian ini melalui hibah Penelitian Unggulan Program Studi dengan Surat Perjanjian Penugasan Pelaksanaan Penelitian dana PNBPNomor: B/1.798/UN14.4.A/PT.01.03/2023. Terima kasih juga disampaikan kepada tim riset Laboratorium *Mechanical Design and Tribology* Program Studi Teknik Mesin Unud.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] K. L. Johnson, *Contact Mechanics*, First. United Kingdom: Cambridge University Press, 1985.
- [2] R. Pandiyarajan, M. S. Starvin, and K. C. Ganesh, "Contact stress distribution of large

diameter ball bearing using Hertzian Elliptical contact theory," *Procedia Eng.*, vol. 38, pp. 264–269, 2012, doi: 10.1016/j.proeng.2012.06.034.

- [3] A. P. Sugunesh and A. J. Mertens, "2D FEA study of Hertzian contact stress between two cylindrical bodies," *Mater. Today Proc.*, vol. 44, pp. 4474–4478, 2020, doi: 10.1016/j.matpr.2020.10.721.
- [4] Z. Lai, Q. Chen, and L. Huang, "A semianalytical Hertzian frictional contact model in 2D," *Appl. Math. Model.*, vol. 92, pp. 546–564, 2021, doi: 10.1016/j.apm.2020.11.016.
- [5] A. Van Baek, *Advanced Engineering Design Lifetime Performance and Reliability*. Amsterdam: TU Delft, 2006.
- [6] N. Tanaka, "A New Calculation Method of Hertz Elliptical Contact Pressure," *ASME J. Tribol.*, no. 123, pp. 887–889, 2001.
- [7] J. F. Antoine, C. Visa, C. Sauvey, and G. Abba, "Approximate analytical model for Hertzian elliptical contact problems," *J. Tribol.*, vol. 128, no. 3, pp. 660–664, 2006, doi: 10.1115/1.2197850.
- [8] F. D. Fischer and M. Wiest, "Approximate analytical model for Hertzian elliptical wheel/rail or wheel/crossing contact problems," *J. Tribol.*, vol. 130, no. 4, pp. 1–3, 2008, doi: 10.1115/1.2958074.