

Perancangan sistem kendali rotary-crane skala laboratorium menggunakan model state space

Purtojo¹, Nur Amiral Mahdi, Donny Suryawan dan Agung Nugroho Adi
Program Studi Teknik Mesin, Fakultas Teknologi Industri, Universitas Islam Indonesia
Jl. Kaliurang km 14,5, Sleman, 55584, Indonesia

¹purtojo@uii.ac.id

ABSTRACT

A crane transports heavy goods using a tall structure to move from one point to another within a certain distance. The rotary crane can be modeled as a simple rotary pendulum on an experimental scale. As a controlled object, the model is used to simulate the control performances that are appropriate for crane use. The angular position of the pendulum arm and link are the main objects to be controlled. A smaller pendulum link swing and fast pendulum arm reach the final position without or with a small overshoot, which is desired. The space space model of the rotary pendulum is derived since it represents the multi-input-multi-output system. The state feedback control was then developed to design the control system. The integral time absolute error performance index was set as the desired performance within the operation range. The controller gain K was obtained based on the system's performance index and characteristic equation. The simulation was then conducted in a computer model using the Xcos model provided by Scilab software to iterate the best value of controller gain K . The simulation result was implemented as a controlled object in the rotary pendulum. The rotary pendulum is driven by a DC motor with a rotary encoder attached to it to track its position. The angular swing pendulum is tracked using a rotary encoder as well. Hardware in the loop configuration was built to experiment.

Keywords: crane, rotary pendulum, state space, state feedback, angular position

Received 30 September 2023; **Presented** 5 October 2023; **Publication** 27 May 2024

PENDAHULUAN

Teknik kendali membawa efek yang sangat besar dalam kemajuan teknologi, karena dengan demikian manusia dapat “mengatur” objek sesuai dengan keinginannya. Salah satu aplikasi dalam teknik kendali adalah kendali posisi. Kendali posisi diterapkan dalam berbagai hal, misalnya pada putaran motor pada elevator, pengendalian kemiringan pesawat, pengaturan posisi hook pada operasi *crane*, dan lain-lain.

Crane merupakan alat pengangkut barang berat menggunakan derek jangkung (*hook*) untuk dipindahkan dari satu titik ke titik lain dengan jarak tertentu [1]. Terdapat beberapa jenis *crane* dan tiap jenisnya memiliki kapasitas daya angkut yang berbeda-beda sesuai dengan klasifikasi berat, bentuk, dan jarak pengangkutan barang.

Dalam skala eksperimen, *crane* dapat dimodelkan dalam bentuk sederhana yang bertujuan untuk memudahkan simulasi sistem kendali yang cocok digunakan pada *crane*. Salah satu di antaranya adalah berupa *rotary pendulum*. Dalam sistem kendali *rotary pendulum*, posisi sudut pada lengan pendulum dan sudut pendulum ayun menjadi parameter utama yang dikendalikan.

Hal tersebut dimaksudkan agar *rotary pendulum* dapat berputar dan berhenti pada titik sudut yang diinginkan secepat mungkin dengan ayunan teredam sekecil mungkin [2].

Rotary pendulum telah diteliti oleh banyak akademisi dengan kendali yang bervariasi, sehingga cukup banyak referensi yang bisa dijadikan acuan dalam penelitian ini. Penelitian ini akan berfokus pada perancangan kendali *integral state feedback* pada objek kendali *rotary pendulum* yang didukung dengan penerapan model *state space*. Model *state space* merupakan pengembangan pemodelan sebuah objek kendali dalam susunan matematis yang dipopulerkan pada tahun 1950-1960-an oleh para ilmuwan dan insinyur setelah ditemukannya fungsi transfer di tahun-tahun sebelumnya [3]. Dalam penelitian ini objek kendali berupa *rotary pendulum* yang digunakan telah dirancang dan dibuat sebelumnya [4]. Dalam penelitian tersebut, model matematik berupa fungsi transfer telah diperoleh dan kinerja sistem kendali juga telah diperiksa. Akan tetapi, dengan mempertimbangkan bahwa *rotary pendulum* memiliki output jamak, model *state space* akan lebih tepat memodelkan objek kendali tersebut.

KAJIAN PUSTAKA

Penelitian tentang *rotary pendulum* mencakup berbagai macam metode pengendalian, di antaranya menggunakan proporsional-integral-derivatif (PID), fuzzy logic [2], linear matrix inequality (LMI) [5], linear quadratic regulator (LQR) [6], dan artificial neural network (ANN) [7].

Penelitian ini berfokus pada pengendalian posisi lengan pendulum pada *rotary pendulum* dengan kendali *integral state feedback*. Penelitian ini merupakan lanjutan dari penelitian sebelumnya [8] yang menggunakan prototipe *rotary pendulum* yang telah dirancang dan dibuat [4].

Rotary pendulum telah dirancang dan dibuat dengan menggunakan sebuah motor DC, dua *rotary encoder*, Arduino Mega 2560, *motor driver* catu daya 24V, dan aplikasi Scilab dan Arduino IDE dalam pengoperasiannya [4]. Penelitian dilanjutkan dengan pencarian model matematis dalam bentuk fungsi transfer yang kemudian digunakan untuk merancang kendali posisi sudut lengan pendulum dan kendali anti-sway berbasis PID [8]. Meskipun model matematis dalam bentuk fungsi transfer telah diperoleh, model matematis dalam bentuk *state space* diperlukan untuk memodelkan sistem dengan multi-input-multi-output.

Terdapat penelitian *rotary inverted pendulum* dengan kendali PD dan kendali LQR berbasis energi dalam persamaan model matematisnya, yang kemudian diubah dalam model *state space* [6]. Untuk mencari perbandingan dari kedua kendali tersebut, output yang dicermati pada model *state space* yang digunakan berupa posisi sudut pendulum dan lengan pendulum, yang kemudian output tersebut dijadikan nilai *feedback* pada kendali yang digunakan. Alur perancangan persamaan model matematis pada penelitian tersebut dijadikan referensi dalam perancangan persamaan model matematis objek kendali *rotary pendulum* pada penelitian ini.

Terdapat dua penelitian berbeda mengenai kendali pada *rotary pendulum* dengan anti-sway yang menggunakan alat uji yang sama. Penelitian pertama membahas tentang kendali PD dan PD-fuzzy logic [2], dan penelitian kedua membahas tentang kendali *integral state feedback* dan LMI [5]. Kedua penelitian tersebut dilakukan bertujuan untuk membandingkan masing-masing kendali yang digunakan. Dengan mempertimbangkan hasil dari masing-masing penelitian tersebut, penelitian ini mengambil

referensi dari variabel dan atau nilai variabel yang digunakan pada kedua penelitian tersebut.

Pada penelitian *integral state feedback* dan LMI, disebutkan bahwa hasil uji *rotary pendulum* dengan kendali *proposed feedback (integral state feedback)* memiliki input respon yang lebih cepat dibandingkan dengan kendali LMI [5]. Energi input yang dibutuhkan kendali *proposed feedback* cenderung lebih sedikit, sehingga hal tersebut dapat menjadi efisiensi penggunaan motor DC dalam jangka panjang. Hal tersebut dijadikan pertimbangan dalam penentuan kendali pada penelitian ini.

METODE DAN SETUP EKSPERIMEN

Alur penelitian dapat dirangkum sebagai berikut, (1) Menetapkan *rotary pendulum* sebagai objek kendali, (2) Membuat model *state space* dari objek kendali, (3) Merancang sistem kendali berbasis model *state space*, (4) Mensimulasikan kinerja sistem kendali dan melakukan iterasi bila diperlukan, (5) Mempersiapkan konfigurasi *hardware-in-the-loop* untuk implementasi, (6) Mengimplementasikan hasil rancangan pada obyek kendali riil, (7) Evaluasi.

Model state space

Rotary pendulum memiliki 2 komponen yang berputar pada porosnya, (1) lengan pendulum (θ , sudut lengan pendulum, rad) dan (2) pendulum (α , sudut pendulum, rad). Gambar 1 menunjukkan model dan mekanisme *rotary pendulum*.

Penyusunan matematis menggunakan hukum fisika, seperti hukum Kirchhoff untuk jaringan listrik dan hukum Newton untuk sistem mekanis, bersama dengan asumsi-asumsi untuk menyederhanakan model [9]. Hukum Kirchhoff tegangan: jumlah tegangan pada loop tertutup sama dengan nol. Hukum Newton: jumlah gaya (torsi) yang bekerja pada benda sama dengan masa dikalikan percepatannya (inersia masa dikalikan percepatan sudutnya).

Dengan mempertimbangkan bahwa pemodelan merupakan suatu upaya meniru karakteristik yang relevan dari situasi yang sedang dipelajari secara teoretis dan ilmiah [10] dan dengan melihat model skematik di atas, maka model matematis pada sumbu pertama adalah [9], [11]:

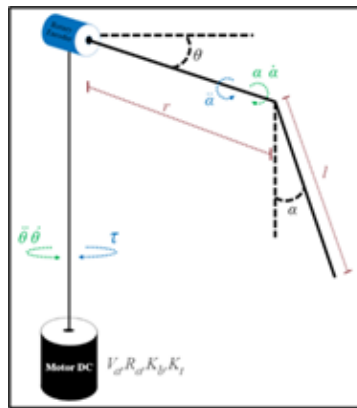
$$j_m \ddot{\theta}(t) + \left(d_m + \frac{K_t K_b}{R_a}\right) \dot{\theta}(t) + m \frac{l}{2} r \ddot{\alpha}(t) = \frac{K_t}{R_a} v_a(t) \quad (1)$$

dengan j_m = momen inersia putar, $\ddot{\theta}(t)$ = percepatan sudut lengan pendulum, d_m = koefisien redaman, K_t = konstanta torsi, K_b = konstanta

kecepatan sudut, R_a = resistansi armature, $\dot{\theta}(t)$ = kecepatan sudut lengan pendulum, m = masa pendulum, l = panjang pendulum, r = panjang lengan pendulum, $\ddot{\alpha}(t)$ = percepatan sudut pendulum, v_a = tegangan.

Pada sumbu putar kedua, terlihat bahwa rotor pada *rotary encoder* berputar berlawanan arah jarum jam akibat menerima torsi dari lengan pendulum. Model matematis pada sumbu kedua adalah [11], [12]:

$$\left(m l \frac{(3+4l)}{12} + i_{Rotor}\right) \ddot{\alpha}(t) + m \frac{l}{2} g \alpha(t) - m \frac{l}{2} r \ddot{\theta}(t) = 0 \quad (2)$$



Gambar 1. Diagram skematik mekanisme rotary pendulum

Tabel 1. Variabel pendukung

Simbol Variabel	Persamaan Variabel	Simbol Variabel	Persamaan Variabel
a	J_m	e	$m \frac{l}{2} g$
b	$d_m + \frac{K_t K_b}{R_a}$	f	$\frac{K_t}{R_a}$
c	$m \frac{l}{2} r$	g	$\frac{1}{a d + c^2}$
d	$m l \frac{(3+4l)}{12} + i$		

Pendekatan *state space* adalah pendekatan terpadu untuk pemodelan sistem, analisis, dan desain. Metode *state space* juga merupakan mode representasi dari sistem dinamis yang paling alami bagi ahli matematika atau fisika. Metode ini diperkenalkan di Amerika pada tahun 1950-an dan 1960-an [14]. Pendekatan *state space* dapat digunakan untuk mewakili sistem non-linier dengan *backlash*, saturasi, dan *dead zone*.

dengan i_{Rotor} = momen inersia.

Persamaan (1) dan (2) sudah dalam bentuk linier yang kemudian kedua persamaan tersebut diubah bentuk jika ditinjau dari percepatan sudutnya menjadi:

$$\ddot{\theta}(t) = g \left(d f v_a(t) - b d \dot{\theta}(t) + c e \alpha(t) \right) \quad (3)$$

$$\ddot{\alpha}(t) = g \left(c f v_a(t) - b c \dot{\theta}(t) - a e \alpha(t) \right) \quad (4)$$

Terdapat variabel pendukung (a, b, c, d, e, f, g) untuk menyederhanakan yang didefinisikan seperti ditunjukkan pada Tabel 1 [6], [13].

Sistem multi-input, multi-output dapat secara ringkas direpresentasikan dalam *state space* dengan model yang bentuk dan kompleksitasnya mirip dengan model yang digunakan untuk sistem input tunggal, output tunggal [9]. Persamaan dasar dari model *state space* dapat direpresentasikan sebagai berikut.

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (3)$$

$$y = Cx(t) + Du(t) \quad (4)$$

Model yang telah dilinearisasi, (3) dan (4) tersebut akan diubah ke dalam bentuk *state space*. Untuk membuat model *state space*, terlebih dahulu dibuat matriks *state*-nya dengan menggunakan persamaan (3) dan (4).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -b d g & c e g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -b c g & -a e g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d f g \\ 0 \\ c f g \end{bmatrix} v_a(t) \quad (5)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Kriteria kinerja

Dari model *state space* tersebut perlu dilakukan simulasi untuk memeriksa responsnya apakah sesuai atau mirip dengan fenomena umum respons objek kendali berupa *rotary pendulum*. Model tersebut juga digunakan dalam perhitungan pada pembuatan sistem kendali.

Teori kendali modern mengasumsikan bahwa secara kuantitatif kinerja sistem dapat ditentukan

sesuai dengan keperluan. Metrik kinerja kemudian dapat dihitung atau diukur dan digunakan untuk mengevaluasi kinerja sistem. Pengukuran kuantitatif kinerja sistem sangat berharga dalam desain dan pengoperasian sistem kendali. Kemudian, sistem terbaik didefinisikan sebagai sistem yang meminimalkan metrik ini. Salah satu di antaranya adalah kriteria kerja *integral-time-absolute-error* (ITAE) [15].

Indeks kinerja ITAE dapat mengurangi kontribusi *initial errors* yang besar, serta memprediksi *error* berikutnya dalam respons. Indeks kinerja ITAE memberikan selektivitas indeks kinerja terbaik; yaitu nilai minimum integral dapat dilihat dengan mudah ketika parameter sistem berubah. Dalam penggunaan step input pada suatu sistem kendali, indeks kinerja ITAE dirangkum dalam Tabel 2.

Persamaan karakteristik kinerja dipengaruhi oleh variabel-variabel seperti *overshoot percentage* (PO), *settling time* (T_s), dan *damping ratio* (ζ). Ketiga variabel tersebut digunakan untuk mencari nilai natural frequency (ω_n) [15]. Tabel 3 menunjukkan relasi antar variabel tersebut

Tabel 2. Koefisien optimum ITAE untuk input step [15]

The Optimum Coefficients of $T(s)$ Based on the ITAE Criterion for a Step Input

$$\begin{aligned} & s + \omega_n \\ & s^2 + 1.4 \omega_n s + \omega_n^2 \\ & s^3 + 1.75 \omega_n s^2 + 2.15 \omega_n^2 s + \omega_n^3 \\ & s^4 + 2.1 \omega_n s^3 + 3.4 \omega_n^2 s^2 + 2.7 \omega_n^3 s + \omega_n^4 \\ & s^5 + 2.8 \omega_n s^4 + 5 \omega_n^2 s^3 + 5.5 \omega_n^3 s^2 + 3.4 \omega_n^4 s + \omega_n^5 \\ & s^6 + 3.25 \omega_n s^5 + 6.6 \omega_n^2 s^4 + 8.6 \omega_n^3 s^3 + 7.45 \omega_n^4 s^2 + 3.9 \omega_n^5 s + \omega_n^6 \end{aligned}$$

Tabel 3. Relasi antar variabel kinerja sistem kendali

Nama Variabel	Persamaan Variabel
P.O.	$\frac{\theta_{Overshoot} - \theta_{Steady}}{\theta_{Steady}} \times 100\%$
ζ	$\frac{\ln(\text{P.O.})}{\sqrt{\ln(\text{P.O.})^2 + \pi^2}}$
ω_n	$\frac{4}{T_s \zeta}$

State feedback merupakan umpan balik dari sistem *state space* yang diambil dari nilai output

yang dihasilkan, kemudian diberi variabel K sebagai nilai gain yang didapat setelah diberikan

persamaan karakteristik kinerja yang ingin dicapai. Dengan menambah integrator sebagai *feedforward* pada *initial value* yang diberikan, maka sistem ini disebut dengan sistem kendali integral *state feedback*. Persamaan umum dari kendali integral *state feedback* dengan memasukkan model *state space* pada persamaan (7) dan (8) untuk mendapatkan karakteristik objek kendalinya adalah.

$$a_d(s) = \text{Det} \begin{bmatrix} s & -1 & 0 & 0 & 0 \\ (d f K_1)g & s + (b d + d f K_2)g & (d f K_3 - c e)g & (d f K_4)g & -(d f K_5)g \\ 0 & 0 & s & -1 & 0 \\ (c f K_1)g & (b c + c f K_2)g & (a e + c f K_3)g & s + (c f K_4)g & -(c f K_5)g \\ 1 & 1 & 1 & 1 & s \end{bmatrix} \quad (7)$$

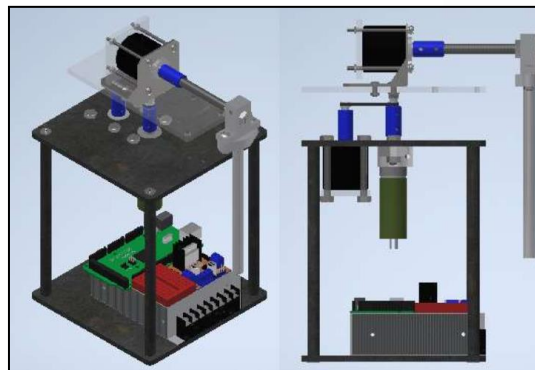
Persamaan (9) kemudian perlu di-substitusikan dengan indeks kinerja ITAE pada Tabel 2 dengan orde yang sama untuk mendapatkan nilai dari konstanta K. Substitusi tersebut dilakukan

berdasarkan suku persamaan dalam persamaan (9) pada masing-masing suku persamaan Tabel 2.

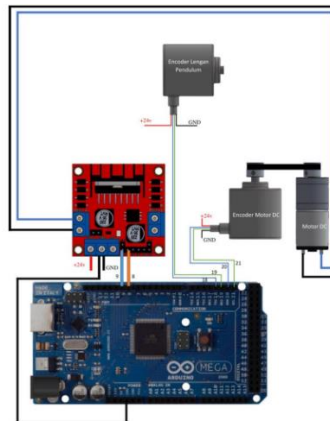
$$\begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \\ K_4 \\ K_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & d & 0 & c & 0 \\ d & 0 & c & 0 & c+d \\ 0 & e & 0 & 0 & c+d \\ e & 0 & 0 & 0 & e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{2.8(c^2 + a d) \omega_n - b d}{f} \\ 5.0(c^2 + a d) \omega_n^2 - a e \\ \frac{f}{5.5(c^2 + a d) \omega_n^3 - b e} \\ \frac{3.4(c^2 + a d) \omega_n^4}{f} \\ \frac{(c^2 + a d) \omega_n^5}{e f} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Setup eksperimen

Objek kendali berupa *rotary pendulum* yang digunakan ditunjukkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Rotary pendulum sebagai obyek kendali



Gambar 3. Rangkaian elektronik rotary pendulum

Dari Gambar 2 dapat dilihat bahwa konstruksi objek kendali *rotary pendulum* disusun menjadi dua tingkat secara bertahap. Susunan pertama adalah lokasi peralatan elektrik yang terdiri dari catu daya 24V, Arduino Mega 2560, motor driver L298 dan papan *breadboard*. Susunan kedua berupa komponen mekanis yang terdiri

dari motor DC, *rotary encoder*, lengan pendulum, kopling, klem, poros, dan pendulum.

Eksperimen dilakukan pada objek kendali dengan konfigurasi *hardware-in-the-loop (HIL)*. Rangkaian elektrik pada perangkat keras ditunjukkan pada Gambar 3. Rangkaian tersebut dihubungkan dengan perangkat lunak Scilab/Xcos yang ada di computer lewat

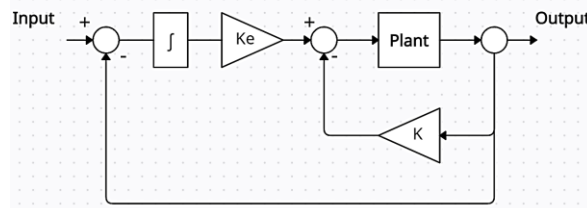
sambungan kabel USB dari port USB Arduino board ke port USB computer/laptop.

Diperlukan dua perangkat lunak yang digunakan untuk setup tersebut, yaitu:

1. Arduino IDE. Perangkat lunak ini digunakan untuk mengunggah program Arduino toolbox V3 yang berfungsi sebagai serial komunikasi antara perangkat keras Arduino dengan aplikasi Scilab/Xcos.
2. Scilab 5.5.2. dengan Xcos. Scilab/Xcos digunakan untuk merancang sistem kendali dalam bentuk susunan blok diagram yang dapat

langsung disimulasikan dan diimplementasikan pada obyek kendali.

Model computer rotary pendulum dibuat dengan menggunakan aplikasi Scilab 5.5.2. dan Arduino IDE. Persamaan karakteristik objek kendali *rotary pendulum* disusun ulang dalam model *state space* yang kemudian dilengkapi dengan konstruksi sistem kendalinya seperti Gambar 4. Perhitungan variabel pada model *state space* dari objek kendali *rotary pendulum* dilakukan pada aplikasi Microsoft Excel.



Gambar 4. Blok diagram sistem kendali integral state feedback

HASIL DAN PEMBAHASAN

Perhitungan konstanta kontroler gain K berdasarkan karakteristik sistem dan kinerja yang diinginkan dilakukan menggunakan persamaan (10) dengan hasil seperti disajikan pada Tabel 4. Dengan menggunakan nilai gain tersebut, respons sistem berupa posisi sudut lengan pendulum dan ayunan pendulumnya terhadap nilai input step yang diberikan ditunjukkan pada Gambar 5.

Respons sistem seperti ditunjukkan pada Gambar 5 menunjukkan bahwa posisi akhir lengan pendulum berada pada 112.5° . *Settling time* yang dibutuhkan untuk mencapai posisi tersebut sebesar 1.5 detik. Pendulum mengalami osilasi dengan amplitudo tertinggi sebesar 57° pada detik ke-1, dan menurun sampai keadaan steady dalam waktu 4.4 detik.

Respons sistem belum sepenuhnya mencapai nilai yang diharapkan. Untuk itu iterasi perlu dilakukan untuk memperbaiki kinerja sistem. *Tuning* kontroler gain K dilakukan dengan cara menaikkan nilai konstanta K asli (berdasarkan perhitungan persamaan karakteristik) yang dikalikan dengan rasio perbandingan seperti ditunjukkan pada Tabel 5. Respons sistem setelah tuning kontroler gain K ditunjukkan pada Gambar.

Respons sistem untuk sistem yang kontroler gain K telah dilakukan *tuning* ditunjukkan pada Gambar 6. Posisi lengan pendulum berada pada 95.2° . *Settling time* yang dibutuhkan untuk mencapai posisi tersebut sebesar 5 detik. Pendulum mengalami osilasi dengan amplitudo tertinggi sebesar 37° pada detik 3, dan menurun sampai keadaan *steady* dalam waktu 6.8 detik.

Dengan melihat masing-masing nilai output, dapat disimpulkan bahwa kendali *integral state feedback* dengan konstanta K hasil *tuning* memiliki nilai output yang mendekati dengan nilai *final value*. Perbedaan hasil akhir dengan yang diharapkan di antaranya dikarenakan beberapa data yang digunakan masih berupa asumsi, sehingga hal tersebut mempengaruhi hasil simulasi model *state space*. Model *state space* mempengaruhi perhitungan konstanta K yang berarti apabila model *state space* belum sepenuhnya mewakili objek kendali, maka nilai konstanta K untuk kendali *integral state feedback*nya kurang tepat untuk diterapkan pada objek kendali.

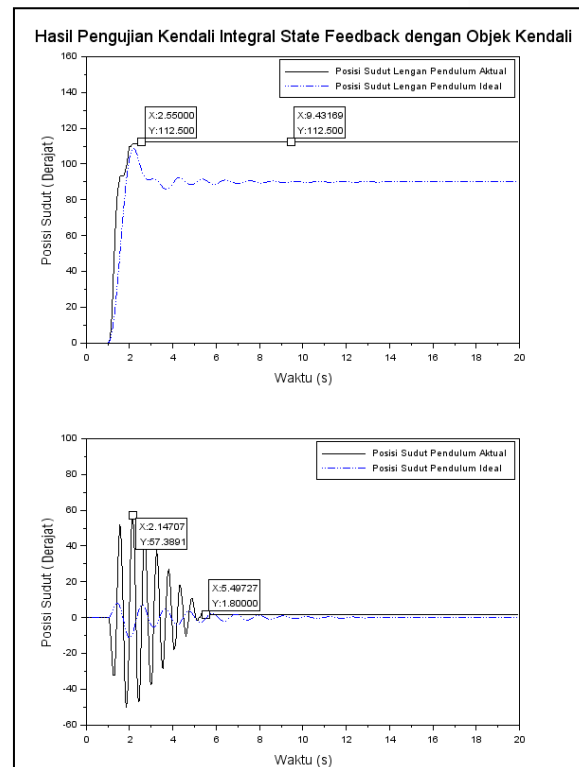
Dari proses tuning juga diketahui bahwa masing-masing konstanta K memiliki fungsi tertentu. Adapun fungsinya adalah sebagai berikut.

- K_1 : berfungsi untuk menurunkan nilai overshoot lengan pendulum

- K_2 : berfungsi untuk menurunkan amplitudo lengan pendulum agar secepatnya dalam keadaan steady
- K_3 : berfungsi untuk menurunkan nilai overshoot awal osilasi pendulum
- K_4 : berfungsi untuk mempercepat penurunan amplitudo osilasi pendulum
- K_e : berfungsi untuk mempercepat *rise time* lengan pendulum untuk mencapai titik *steady*

Tabel 4. Nilai konstanta kontroler gain K

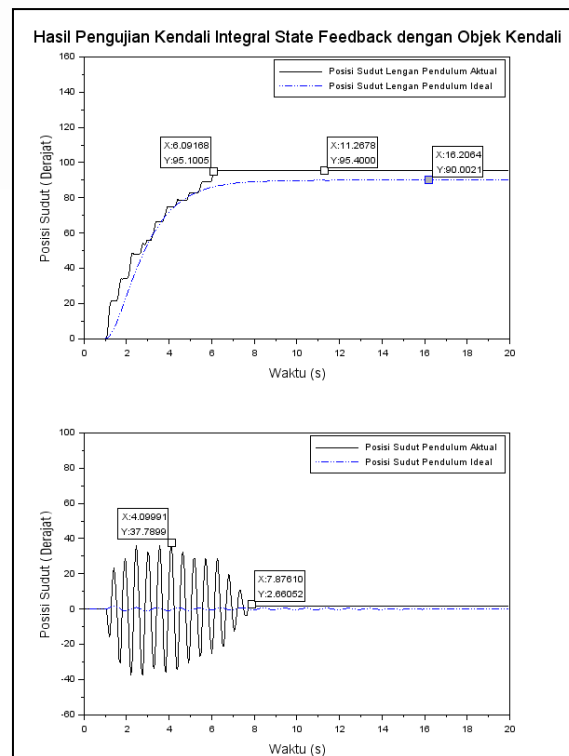
Konstanta K	Nilai
K_1	53
K_2	18
K_3	48
K_4	6
K_e	131



Gambar 5. Respons sistem terhadap input step

Tabel 5. Nilai konstanta K hasil tuning

Konstanta K	Ratio	Nilai
K_1	5	265
K_2	7	126
K_3	2	96
K_4	2	12
K_e	1	131



Gambar 6. Respons sistem terhadap input step

KESIMPULAN

Penggunaan kendali integral *state feedback* pada *rotary suspended pendulum* dapat mengatur error posisi sudut lengan pendulum. Beda nilai antara karakteristik objek kendali *rotary pendulum* dengan persamaan karakteristik yang diinginkan menurun hingga mencapai 72%, sehingga perubahan posisi sudut lengan pendulum dapat mendekati *final value* yang diinginkan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aksjonov, A., Vodovozov, V., & Petlenkov, E. (2015). Three-Dimensional Crane Modelling and Control Using Euler-Lagrange State-Space Approach and Anti-Swing Fuzzy Logic. *Electrical, Control and Communication Engineering*, 9(1), 5–13.
- [2] Ahmad, M. A., Saealal, M. S., Zawawi, M. A., & Raja Ismail, R. M. T. (2011). Classical angular tracking and intelligent anti-sway control for rotary crane system. *International Conference on Electrical, Control and Computer Engineering 2011 (InECCE)*, 82–87.
- [3] Williams, R. L., & Lawrence, D. A. (2007). *Linear State-Space Control Systems*. John Wiley & Sons, Inc.
- [4] Sutejo, H. R. (2020). Pemodelan dan Pembuatan Prototipe Sistem Kendali Posisi Rotary Inverted Pendulum. *DSpace Repository UII*.
- [5] MZ. Mohd, T., Saealal Muhammad, S., Abdul Wahab, Y., & Ghazali Mohd, R. (2012). H-Infinity Controller with LMI Region Schemes for a Lab-Scale Rotary Pendulum Crane System. *Medwell Journal*, 1(1), 14.
- [6] Sukontanak, V., & Parnichkun, M. (2009). Real-Time Optimal Control for Rotary Inverted Pendulum. *American Journal of Applied Sciences*, 6(6), 1106–1115.
- [7] Quyen, N. D., & Thuyen, N. V. (2012). Rotary Inverted Pendulum and Control of Rotary Inverted Pendulum by Artificial Neural Network. 7.
- [8] Hadiyan, F. (2021). Perancangan dan Implementasi Sistem Kendali untuk Rotary Pendulum dengan Kontroller PID Menggunakan Scilab-Arduino. *DSpace Repository UII*.
- [9] Nise, N. S. (2015). *Control systems engineering (Seventh edition)*. Wiley.
- [10] Bender, E. A. (1978). *An introduction to mathematical modeling*. Wiley.

- [11] Quanser. (2012). SRV02-Series Rotary Experiment # 6 Rotary Gantry Student Handout (Manual Book 6; pg. 12). Quanser.
- [12] UCLA Engineering. (2021). Edukit Rotary Inverted Pendulum an Open and Configurable System with Digital Motor Controller Technology (Manual Book 2; hlm. 160). ST Microelectronics
- [13] Muntari, & Nurhadi, H. (2013). Desain Sistem Kendali Rotary Pendulum dengan Sliding-PID. Internet, 2, F-243.
- [14] Friedland, B. (2005). Control system design: An introduction to state-space methods (Dover ed). Dover Publications.
- [15] Dorf, R. C., & Bishop, R. H. (2016). Modern control systems (Thirteenth edition). Pearson